

N° D'ORDRE :

860.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES,

PAR M. GEORGES MANEUVRIER.

Ancien Élève de l'École Normale supérieure,
Agréé des Sciences physiques et naturelles.

1^{re} THÈSE. — NOUVELLE MÉTHODE DE DÉTERMINATION DU RAPPORT $\frac{C}{c}$ POUR L'AIR
ET D'AUTRES GAZ.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ : ÉTUDE DES MATIÈRES
ALBUMINOÏDES.

Soutenues le 29 juin 1895, devant la Commission d'examen.

MM. TROOST, *Président.*
LIPPMANN, *Examineurs.*
BOUTY,

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'OBSERVATOIRE DE PARIS,
Quai des Grands-Augustins, 55.

1895

N° D'ORDRE :

860.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES,

PAR M. GEORGES MANEUVRIER,

Ancien Élève de l'École Normale supérieure,
Agrégré des Sciences physiques et naturelles.

1^{re} THÈSE. — NOUVELLE MÉTHODE DE DÉTERMINATION DU RAPPORT $\frac{C}{c}$ POUR L'AIR
ET D'AUTRES GAZ.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ : ÉTUDE DES MATIÈRES
ALBUMINOÏDES.

Soutenues le 29 juin 1895, devant la Commission d'examen.

MM. TROOST, *Président.*
LIPPMANN, *Examineurs.*
BOUTY,

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'OBSERVATOIRE DE PARIS,
Quai des Grands-Augustins, 55.

1895

ACADÉMIE DE PARIS.

FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS.

	MM.	
DOYEN	DARBOUX, professeur....	Géométrie supérieure.
PROFESSEUR HONORAIRE....	PASTEUR.	
	DE LACAZE-DUTHIERS..	Zoologie, Anatomie, Physio- logie comparée.
	HERMITE.....	Algèbre supérieure.
	TROOST.....	Chimie.
	FRIEDEL.....	Chimie organique.
	TISSERAND.....	Astronomie.
	LIPPMANN.....	Physique.
	HAUTEFEUILLE.....	Minéralogie.
	BOUTY.....	Physique.
	APPELL.....	Mécanique rationnelle.
	DUCLAUX.....	Chimie biologique.
	BOUSSINESQ.....	Mécanique physique et expé- rimentale.
PROFESSEURS.....	PICARD.....	Calcul différentiel et Calcul intégral.
	POINCARÉ.....	Calcul des probabilités, Phy- sique mathématique.
	YVES DELAGE.....	Zoologie, Anatomie, Physio- logie comparée.
	BONNIER.....	Botanique.
	DASTRE.....	Physiologie.
	DITTE.....	Chimie.
	MUNIER-CHALMAS....	Géologie.
	GIARD.....	Zoologie. Évolution des êtres organisés.
	WOLF.....	Astronomie.
	CHATIN.....	Zoologie, Anatomie, Physio- logie comparée.
	JOLY.....	Chimie.
PROFESSEURS ADJOINTS.....	PELLAT.....	Physique.
	KOENIGS.....	Cinématique.
	PAINLEVÉ.....	Calcul différentiel et Calcul intégral.
SECRÉTAIRE.....	FOUSSEREAU.	

A LA MÉMOIRE VÉNÉRÉE DE MON REGRETTÉ MAITRE

J. JAMIN,

SECRÉTAIRE PERPÉTUEL DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,
PREMIER DIRECTEUR DU LABORATOIRE DES RECHERCHES (PHYSIQUE).

Souvenir reconnaissant.

A MON MAITRE ET AMI

M. GABRIEL LIPPMANN,

MEMBRE DE L'INSTITUT,
DIRECTEUR DU LABORATOIRE DES RECHERCHES (PHYSIQUE).

Hommage affectueux et dévoué.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41556021_0050

TABLE DES MATIÈRES.

PREMIÈRE PARTIE. — INTRODUCTION.

CHAPITRE I.

	Pages.
Objet du Mémoire.....	1
Importance du rapport γ des deux chaleurs spécifiques des gaz..	2
Relations qui existent entre γ et les coefficients thermiques.....	3
Tableau des relations.....	24

DEUXIÈME PARTIE. — HISTORIQUE.

CHAPITRE I. — LES ORIGINES.

Formule de Newton	26
Objections de Lagrange et d'Euler. — Hypothèse de Laplace.....	28
Premier Mémoire de Poisson sur la vitesse du son	30
Premier essai de correction de Laplace	34
Théorie de Laplace. — Expérience de Desormes et Clément.....	37
Expériences de Gay-Lussac et Welter.....	41
Calcul de l'équation adiabatique.....	43
Calculs définitifs de Poisson.....	44
Histoire de l'expérience dite <i>de Clément et Desormes</i>	47

CHAPITRE II. — LES MÉMOIRES.

Classification des méthodes.....	52
Interprétation thermodynamique de l'expérience de Desormes et Clément.....	53

	Pages.
Méthode dite de <i>Clément et Desormes</i>	56
Expériences d'Assmann	57
» de Masson	58
» de Weisbach	59
» de Hirn	60
» d'Athanase Dupré	62
» de Tresca et Laboulaye	66
» de Cazin (premier Mémoire)	67
» de Cazin (deuxième Mémoire)	77
» de F. Kohlrausch	79
» du Dr Röntgen (premier Mémoire)	83
» du Dr Röntgen (deuxième Mémoire)	86
» de Regnault	93
» de M. Paquet	100
» de M. de Lucchi	102

CHAPITRE III. — LES MÉMOIRES (suite).

Emploi direct de l'équation de Laplace	104
Expériences de Witte	105
» de M. Amagat	108
» d'Assmann	111
» de M. Müller	116
Emploi des autres formules adiabatiques	120
Expériences de Favre et Silbermann	120
» de MM. O. Lummer et Pringsheim (premier Mémoire)	122
» de MM. O. Lummer et Pringsheim (deuxième Mémoire)	125

CHAPITRE IV. — LES MÉMOIRES (suite).

Emploi de la formule de la vitesse du son : Procédé de Dulong et procédé de Kundt	127
Expériences de Dulong	130
Travaux se rattachant à ceux de Dulong	132
Calculs d'Assmann et examen critique des expériences de Dulong	133
Expériences de M. Martini	135
Expériences de Kundt et de Warburg	137
Conséquences théoriques des expériences de Kundt et Warburg et travaux s'y rattachant	140
Expériences de M. Kayser	142
Expériences de M. Wüllner	144
Travaux de M. Strecker, de M. Cohen, de M. Boltzmann	146
Expériences de M. Neyreneuf	148
Objections au principe de cette méthode	148

CHAPITRE V. — LES MÉMOIRES (suite).

	Pages.
Autres méthodes indirectes.....	150
Emploi de la formule de Clausius.....	151
Calcul de M. Nichols.....	152
Projet d'expériences de M. Akin.....	154
Expériences de MM. Jamin et Richard.....	157
» de M. J. Joly (premier Mémoire).....	160
» de M. J. Joly (deuxième et troisième Mémoires)....	166
» de M. Lussana.....	167

TROISIÈME PARTIE. — MES RECHERCHES.

CHAPITRE I. — PRINCIPE DE LA MÉTHODE ET DE L'APPAREIL.

Objections générales aux méthodes antérieures.....	169
Principe de ma méthode.....	172
Principe de mon appareil.....	175
Formule expérimentale de ma méthode.....	177
Analogies de mes Recherches avec quelques travaux ou essais antérieurs.....	178

CHAPITRE II. — L'APPAREIL, LES MESURES, LES CALCULS.

Coup d'œil d'ensemble sur l'appareil.....	182
Description de l'enceinte adiabatique, du compresseur et de leurs accessoires.....	185
Description du Manomètre-manoscope et de ses accessoires.....	192
Détermination des constantes de l'appareil.....	199
Marche d'une expérience.....	204
Calcul des résultats d'une expérience.....	208

CHAPITRE III. — TABLEAUX D'EXPÉRIENCES ET CONCLUSIONS.

Choix et préparation des gaz soumis à l'expérience.....	210
Tableaux d'expériences pour l'air.....	212
Tableaux d'expériences pour l'acide carbonique.....	217
Tableaux d'expériences pour l'hydrogène.....	220
Conclusions.....	223
Tableau général des diverses valeurs de γ pour l'air.....	227
Tableau des valeurs de γ pour divers autres gaz et vapeurs.....	228

PREMIÈRE THÈSE.

NOUVELLE MÉTHODE

DE

DÉTERMINATION DU RAPPORT $\frac{C}{c}$

POUR L'AIR ET D'AUTRES GAZ.

PREMIÈRE PARTIE.

INTRODUCTION.

CHAPITRE I.

Objet du Mémoire. — Importance du rapport des deux chaleurs spécifiques des gaz. — Relations qui existent entre ce rapport et les coefficients thermiques, ainsi que plusieurs grandeurs physiques.

I. *Objet du Mémoire.* — Depuis longtemps les physiciens se sont appliqués à déterminer, pour l'air et les autres gaz, la valeur du rapport γ des deux chaleurs spécifiques C et c , à pression constante et à volume constant (¹). Malgré la variété des expériences déjà réalisées et l'habileté des expérimentateurs, les nombres obtenus présentent entre eux une notable divergence : elle s'élève, pour l'air, par exemple, jusqu'à $\frac{1}{30}$ de la valeur

(¹) Ce rapport est désigné par les lettres K ou k dans les anciens Mémoires français et dans les Mémoires modernes étrangers; j'adopte la notation γ , qui est généralement employée de nos jours par les physiciens français.

moyenne ⁽¹⁾. C'est pourquoi j'ai cru utile d'entreprendre une nouvelle série de mesures par une méthode qui m'a semblé à la fois plus simple et plus sûre que les méthodes antérieures. L'objet de ce Mémoire est d'exposer mes recherches en les comparant à celles de mes devanciers et d'en faire connaître les résultats.

II. *Importance du rapport γ .* — L'intérêt qui s'est attaché à la détermination de γ est dû à l'importance qu'a prise ce rapport parmi les constantes de la Physique moderne. Ce fut Laplace qui en donna la première idée, en démontrant qu'il faut multiplier par $\sqrt{\gamma}$ la vitesse du son dans l'air, *calculée* d'après la formule de Newton, afin de la rendre concordante avec la vitesse *mesurée* directement. Puis Dulong, Masson, Regnault, M. Berthelot et d'autres physiciens firent remarquer qu'il n'y a pas de méthode *pratique* pour mesurer directement c : si donc on veut arriver expérimentalement à la connaissance de ce coefficient, qui est fondamental dans la Thermodynamique des gaz, il faut nécessairement le déduire de C et de γ , mesurés directement ⁽²⁾. Enfin cette importance s'est accrue, au fur et à mesure des progrès de la Thermodynamique, par les relations mathématiques qu'on a établies entre γ et l'équivalent mécanique de la calorie, ainsi que tous les coefficients thermiques. Je vais rappeler succinctement ces relations, dont j'aurai à me servir au cours de ce Mémoire ⁽³⁾.

(¹) Voir ci-dessous le *Tableau général des valeurs de γ* .

(²) Cette opinion ne me semble pas infirmée par deux méthodes de détermination directe de c qui ont été imaginées depuis : l'une, simplement indiquée par Ch. Akin en 1864 ; l'autre, très ingénieuse d'ailleurs, réalisée par M. J. Joly en 1891. Je les exposerai l'une et l'autre ci-dessous.

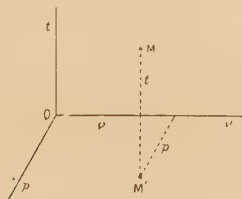
(³) On en trouvera la démonstration dans les Traités spéciaux classiques tels que le *Cours de Thermodynamique* de M. G. Lippmann (2^e édition), et la *Théorie mécanique de la chaleur* de MM. Jamin

III. *Équation et surface caractéristiques.* — On sait que l'état actuel d'un corps quelconque est *expérimentalement* défini par trois grandeurs : l'une géométrique, le volume v du gramme (masse); la deuxième mécanique, la force élastique p , et la troisième thermique, la température t . Deux de ces grandeurs seulement sont arbitraires, car elles sont liées par une équation de condition, dite *équation caractéristique* de la substance, qui est de la forme

$$(1) \quad f(p, v, t) = 0.$$

Ces trois paramètres étant rapportés à trois axes rectangulaires Op , Ov , Ot (*fig. 1*), l'équation (1) définit alors

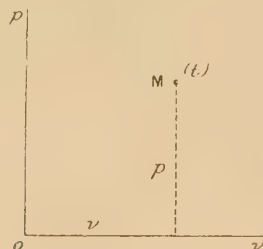
Fig. 1.



une surface qui peut représenter tous les états des corps, au même titre que l'équation elle-même : c'est la *surface caractéristique* de la substance. On sait d'ailleurs que Clapeyron a simplifié ce mode de représentation géométrique en substituant au point de la surface caractéristique sa projection sur le plan des pv (*fig. 2*), et en écrivant (ou supposant écrit) à côté de cette projection, comme sur un plan coté, le troisième paramètre tiré de l'équation caractéristique de la substance. On aurait pu choisir l'un quelconque des trois plans pour faire cette simplification ; mais il résultait du choix des pv un procédé commode

de représentation pour le *travail extérieur* qui accompagne la *transformation* du corps.

Fig. 2.

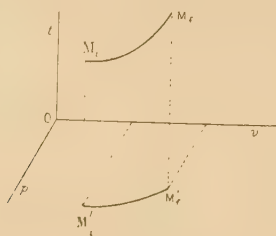


IV. *Transformations et cycles.* — Si l'on fait passer le corps, d'une manière continue, d'un état initial, caractérisé par les paramètres p_i, v_i, t_i , à un état final, caractérisé par p_f, v_f, t_f , on dit que le corps a subi une *transformation*. Si l'on impose, en outre, aux états successifs du corps la condition de satisfaire à une autre équation telle que

$$(2) \quad \varphi(p, v, t) = 0,$$

on définira la nature de la transformation : celle-ci est alors représentée, dans l'espace, par la courbe intersec-

Fig. 3.



tion des surfaces (1) et (2), et, dans le plan des $p\nu$, par la projection de cette courbe sur ce plan (*fig. 3*).

La transformation est dite à *cycle fermé* ou bien à *cycle*

ouvert, suivant que les deux états extrêmes coïncident ou sont distincts.

Enfin, à chaque élément ds du cycle, parcouru par le point figuratif, correspond une *transformation élémentaire* dans l'état du corps; et cette transformation élémentaire a pour composantes, suivant les trois axes, les variations élémentaires des trois paramètres dp, dv, dt .

V. *Gaz réels et gaz parfait.* — La fonction f est généralement inconnue; mais, pour les gaz en particulier, les travaux de Mariotte, de Boyle et de Gay-Lussac ont démontré que l'on a, dans de larges limites, entre les trois paramètres p, v, t , la relation

$$\frac{pv}{1 + \alpha t} = K,$$

K étant une constante égale au produit $p_0 v_0$ du *volume spécifique normal* de la substance par la *pression normale*; α étant le coefficient de dilatation des gaz, considéré comme constant et égal à $\frac{1}{273}$. On écrit ordinairement cette équation sous la forme

$$(3) \quad pv = RT,$$

en posant

$$R = K\alpha = p_0 v_0 \alpha \quad \text{avec} \quad T = \frac{1}{\alpha} + t \text{ (}^1\text{)}.$$

Au point de vue graphique, l'équation (3) représente un *paraboloïde hyperbolique*, admettant les deux axes Op et Ov comme génératrices rectilignes.

Il importe de remarquer que la relation (3) a été établie *par points* et à l'aide d'expériences *statiques*, c'est-

(¹) Dans le système C.G.S., on évalue v en centimètres cubes, p en dynes par centimètre carré et t en degrés centigrades normaux.

à-dire dans des conditions où la masse de gaz est en équilibre de pression, de volume et de température.

Rappelons aussi qu'on appelle *gaz parfait* (par rapport aux gaz réels) un gaz idéal qui est défini par les trois conditions suivantes :

1° L'équation caractéristique (3) et toutes ses conséquences s'appliquent à cette substance sans restriction ;

2° La détente *sans travail extérieur* s'effectue, dans cette substance, *sans variation de température*, et, par suite, *sans variation d'énergie interne* ;

3° Le rapport γ des deux chaleurs spécifiques de cette substance est *un nombre constant*.

Cette conception du gaz parfait permet de raisonner en Thermodynamique sur les gaz réels comme la conception du *solide invariable* permet de le faire en Mécanique sur les solides réels.

VI. *Coefficients thermiques*. — L'expérience prouve que dans toutes les transformations d'un corps interviennent deux grandeurs physiques : la *chaleur* et le *travail mécanique*. C'est en exprimant les relations qui unissent ces grandeurs aux variations des paramètres qu'on introduit les coefficients particuliers, appelés *coefficients thermiques*, parmi lesquels C et c sont les plus importants. Leurs définitions résultent de la considération de certaines transformations simples, dites *transformations paramétriques*.

1° *Chaleur spécifique à pression constante* C . — Prenons, par exemple, comme variables arbitraires p et t , et, tout en maintenant constante la pression p , faisons varier de Δt la température t de la substance (prise sous l'unité de masse) : nous réaliserons ainsi la transformation paramétrique dite *à pression constante*. L'expérience prouve qu'il faut fournir ou enlever au corps une quantité de chaleur Δq . Si nous prenons le rapport de Δq à Δt , nous définissons un coefficient C_m qui est la *cha-*

leur *spécifique moyenne à pression constante* de la substance considérée

$$C_m = \left(\frac{\Delta q}{\Delta t} \right)_p,$$

et si l'on passe à la limite, on définira la *chaleur spécifique à pression constante* C par la limite du rapport précédent : on aura ⁽¹⁾

$$C = \left(\frac{dq}{dt} \right)_p, \quad \text{d'où l'on tire} \quad dq_p = C dt.$$

2° *Chaleur spécifique à volume constant* c . — Prenons maintenant comme variables arbitraires v et t , et faisons varier de Δt la température en maintenant constant le volume v : nous réaliserons ainsi la transformation paramétrique, dite à *volume constant*, qui permet de définir d'abord la *chaleur spécifique moyenne à volume constant*

$$c_m = \left(\frac{\Delta q}{\Delta t} \right)_v,$$

puis, la *chaleur spécifique à volume constant*

$$c = \left(\frac{dq}{dt} \right)_v, \quad \text{d'où l'on tire} \quad dq_v = c dt.$$

3° et 4° h et l . — Si, dans les deux transformations précédentes, on maintient constante la température t , on définit de même deux nouveaux coefficients thermiques :

$$\left(\frac{dq}{dp} \right)_t = h,$$

qui est la *chaleur de compression à température con-*

(1) J'adopte la notation dq_p pour rappeler qu'il s'agit d'une transformation à *pression constante*. Je noterai de même dq_v pour une transformation à *volume constant* et dq_t pour une transformation à *température constante*.

stante, et

$$\left(\frac{dq}{dv}\right)_t = l,$$

qui est la *chaleur de dilatation à température constante*.

De là on déduit les deux équations de définition

$$dq_t = h dp$$

et

$$dq_t = l dv.$$

5° et 6° λ et k . — Enfin on est conduit à deux autres coefficients, en prenant comme paramètres arbitraires p et v . On a successivement, en maintenant p constant,

$$\left(\frac{dq}{dv}\right)_p = \lambda$$

qui est la *chaleur de dilatation à pression constante*;
puis, en maintenant v constant,

$$\left(\frac{dq}{dp}\right)_v = k$$

qui est la *chaleur de compression à volume constant*.
De là on déduit les deux nouvelles équations de définition

$$dq_p = \lambda dv \quad \text{et} \quad dq_v = k dp.$$

VI. *Transformation élémentaire quelconque*. — Considérons maintenant une transformation élémentaire quelconque, c'est-à-dire telle que le point figuratif M du corps parcourt sur la surface caractéristique un arc de courbe infiniment petit $M_i M_f$ (fig. 3), distinct des lignes paramétriques.

On démontre que l'on peut exprimer la quantité de chaleur, relative à cette transformation dQ , par l'une des trois formules équivalentes :

$$(4) \quad dQ = C dt + h dp,$$

$$(5) \quad dQ = c dt + l dv,$$

$$(6) \quad dQ = k dp + \lambda dv,$$

VII. *Relations entre les six coefficients thermiques.*
— Étant données les trois relations (4), (5) et (6), ainsi que l'équation caractéristique (1) et son équation aux dérivées partielles

$$(7) \quad f'_p dp + f'_v dv + f'_t dt = 0$$

(qui expriment que les deux points M_i et M_f sont sur la surface caractéristique du corps), il est aisé de trouver des relations entre les six coefficients thermiques C, c, h, l, k et λ .

1° *Cas d'une substance quelconque.* — On a successivement

$$(8) \quad h = (C - c) \frac{f'_p}{f'_t},$$

$$(9) \quad l = - (C - c) \frac{f'_v}{f'_t}$$

et

$$(10) \quad k = - c \frac{f'_p}{f'_t},$$

$$(11) \quad \lambda = - C \frac{f'_v}{f'_t}.$$

2° *Cas du gaz parfait.* — Dans le cas du gaz parfait, les équations (1) et (7) sont

$$(3) \quad pv - RT = 0,$$

$$(7 \text{ bis}) \quad v dp + p dv - R dt = 0.$$

Les relations précédentes deviennent alors

$$(8 \text{ bis}) \quad h = - C \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{v}{R},$$

$$(9 \text{ bis}) \quad l = - C \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{p}{R},$$

$$(10 \text{ bis}) \quad k = c \frac{v}{R},$$

$$(11 \text{ bis}) \quad \lambda = C \frac{p}{R},$$

VIII. *Chaleur corrélatrice d'une transformation quelconque.* — Ainsi, tous les coefficients paramétriques de la Thermodynamique peuvent s'exprimer en fonction de C et de γ . Il en est de même, par conséquent, pour une transformation quelconque. Je vais en donner quelques exemples qui se rapportent directement à mon sujet.

Pour le gaz parfait, par exemple, une transformation quelconque est définie par les deux équations

$$(3) \quad p v - R T = 0,$$

et

$$(2 \text{ bis}) \quad \varphi(p, v) = 0.$$

Si la transformation s'effectue entre l'état initial M_i et l'état final M_f , on aura

$$Q_i^f = \int_i^f dQ = \int_i^f (\lambda dv + k dp).$$

Or, d'après les relations précédentes, on peut ramener cette intégrale à la forme générale

$$Q_i^f = \frac{1}{R} \int_i^f \psi(v) dv,$$

où n'entreront d'autres coefficients thermiques que C et γ .

1° *Cas d'une transformation isotherme.* — Appliquée à une transformation isotherme, la formule devient

$$(12) \quad Q_i = C \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) T_0 \int_i^f \frac{dv}{v}.$$

Donc la quantité de chaleur nécessaire pour faire passer l'unité de masse du gaz parfait de l'état $M_i(p_i, v_i, T_0)$ à l'état $M_f(p_f, v_f, T_0)$ suivant la ligne isotherme (T_0), est

$$(12 \text{ bis}) \quad Q_i = C \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) T_0 \log \frac{v_f}{v_i}.$$

2° *Cas d'une transformation adiabatique : Équation de Laplace.* — La transformation dite *adiabatique* (ou *de nulle transmission*) est définie, pour une transformation élémentaire, par l'équation

$$dQ = 0.$$

Or on a

$$dQ = k dp + \lambda dv = c \frac{v}{R} dp + C \frac{P}{R} dv.$$

Il vient donc

$$(13) \quad \frac{dp}{p} + \gamma \frac{dv}{v} = 0.$$

Telle est l'équation différentielle qui définit une *transformation adiabatique élémentaire*, pour le gaz parfait, en fonction de γ .

Si l'on considère γ comme une constante, il est aisé d'intégrer cette équation différentielle, puisque les variables sont séparées. On arrive à

$$\log p v^\gamma = \text{const.},$$

d'où

$$(14) \quad p v^\gamma = \text{const.}$$

Cette équation définit une *transformation adiabatique finie*, pour le gaz parfait, de même que l'équation

$$(15) \quad p v = \text{const.}$$

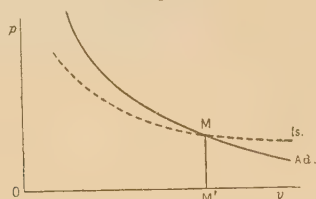
définit une *transformation isotherme finie*.

REMARQUE. — *Ligne adiabatique et ligne isotherme.* Rappelons aussi que les constantes des équations (14) et (15) sont déterminées par la connaissance d'un état quelconque $M(p_m, v_m)$ de la transformation. On a

$$\begin{aligned} p v^\gamma &= p_m v_m^\gamma = A, \\ p v &= p_m v_m = B. \end{aligned}$$

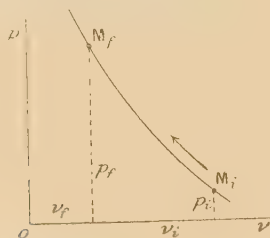
Ces équations représentent deux courbes du plan des $p\nu$; la première dite *ligne adiabatique*, et l'autre dite *ligne isotherme*; elles se croisent au point M de manière que l'adiabatique passe *au-dessous* de l'isotherme, du côté des ν croissants, et *en dessus* du côté des ν décroissants (*fig. 4*).

Fig. 4.



IX. *Application directe de l'équation adiabatique.* — Supposons qu'on soumette une masse déterminée de gaz à une transformation adiabatique, par compression (*fig. 5*)

Fig. 5.



ou par détente. Le point figuratif de l'état du gaz décrit un arc d'adiabatique tel que $M_i M_f$. Soient M_i l'état initial, défini par ses paramètres ν_i et p_i , et M_f l'état final, défini par ν_f et p_f . On a, en appliquant à ces deux états distincts l'équation (14),

$$p_i \nu_i^\gamma = p_f \nu_f^\gamma,$$

d'où

$$(15) \quad \gamma = \frac{\log \frac{p_f}{p_i}}{\log \frac{\nu_i}{\nu_f}},$$

Remarque. — On peut donner à la formule (27) une forme plus simple, qui convient au cas de très petites variations des paramètres. Soit Δp l'accroissement de pression qui correspond à la variation de volume Δv ; on a alors

$$p_f = p_i + \Delta p \quad \text{avec} \quad v_f = v_i - \Delta v,$$

d'où

$$\log \frac{p_f}{p_i} = \log \left(1 + \frac{\Delta p}{p_i} \right) \quad \text{avec} \quad \log \frac{v_i}{v_f} = \log 1 - \log \left(1 - \frac{\Delta v}{v_i} \right).$$

Si l'on développe la fonction logarithmique et qu'on néglige les puissances de $\frac{\Delta p}{p_i}$ et $\frac{\Delta v}{v_i}$, on aura finalement

$$(15 \text{ bis}) \quad \gamma = \frac{\frac{\Delta p}{p_i}}{\frac{\Delta v}{v_i}}.$$

Cette formule n'est pas autre chose que la formule différentielle adiabatique (13 bis) où l'on aurait explicité le signe de dv .

X. Autres formules adiabatiques. — En combinant l'équation de Laplace (14) avec l'équation caractéristique (3), on peut former deux nouvelles relations adiabatiques soit entre les températures et les volumes, soit entre les températures et les forces élastiques de l'état initial (p_i, T_i, v_i) et de l'état final (p_f, v_f, T_f), qui sont l'une et l'autre fonction de γ .

1° *Relation adiabatique entre T et v.* — En éliminant p , on a l'équation générale

$$(16) \quad T v^{\gamma-1} = \text{const.};$$

et, en appliquant cette équation à une transformation adiabatique finie (M_i, M_f), il vient

$$T_i v_i^{\gamma-1} = T_f v_f^{\gamma-1}$$

d'où

$$(16 \text{ bis}) \quad \frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{v_i}{v_f} \right)^{\gamma-1}.$$

2° *Relation adiabatique entre T et p.* — De même, en éliminant v , on arrive à l'équation générale

$$(17) \quad T^\gamma p^{-(\gamma-1)} = \text{const.}$$

En appliquant cette équation à la transformation (M_i, M_f) , il vient

$$(17 \text{ bis}) \quad \frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{p_f}{p_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

XI. *Formule de Clausius.* — On sait que, lorsqu'un gaz parfait passe d'un état M_i à un état M_f , la variation d'énergie interne, ΔU , qu'il subit au cours de cette transformation est exprimée par la formule générale

$$(18) \quad \Delta U = J c (t_i - t_f).$$

Il en résulte que, si la variation de température $(t_i - t_f)$ est nulle, son énergie interne *reste invariable*, et, par suite, il y a équivalence entre la quantité de chaleur et le travail extérieur mis en jeu dans la transformation.

Si donc l'on considère une transformation *isotherme* élémentaire subie par le gaz parfait, on a, par définition,

$$dU = d\mathcal{E} - J dQ = 0.$$

Or, on a, en général,

$$d\mathcal{E} = p dv, \quad \text{avec} \quad dQ = C \frac{P}{R} dv + c \frac{v}{R} dp.$$

On a d'ailleurs, en différentiant l'équation (15),

$$p dv + v dp = 0.$$

Il vient alors, toutes réductions faites,

$$(19) \quad J = \frac{R}{C-c} = \frac{R}{C\left(1-\frac{1}{\gamma}\right)}.$$

Remarque. — Cette équation classique, qui lie à γ l'équivalent mécanique de la chaleur, fut déduite par Clausius, soit du raisonnement de R. Mayer sur la compression de l'air, soit du raisonnement similaire de Seguin sur la détente de la vapeur d'eau. Elle n'est applicable qu'au cas du gaz parfait; car, dans le cas d'un gaz réel, Thomson a démontré expérimentalement que la variation d'énergie interne n'est pas nulle. Soit x la quantité de chaleur équivalente à cette variation ($\Delta U = Jx$); en introduisant cette correction dans le calcul précédent, on arrive à la formule

$$(19 \text{ bis}) \quad J = \frac{R}{C-c+x} \quad (1).$$

XII. *Coefficient d'élasticité.* — On sait qu'on appelle *coefficient d'élasticité* (ou simplement *élasticité*) (relatif à une transformation définie), le nombre E par lequel il faut multiplier la compression $\left(-\frac{dv}{v}\right)$ pour obtenir la variation de pression dp corrélative de la variation de volume dv . On a donc

$$E\left(-\frac{dv}{v}\right) = dp.$$

(1) La valeur de x a été déterminée expérimentalement pour l'air, l'hydrogène et l'acide carbonique, par Joule et Thomson, d'après la formule

$$x = AC \left[\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) (1 + \beta) - \frac{\tau}{A} \right],$$

où τ est l'abaissement de température qui accompagne la détente du gaz, β le coefficient de variation de pression, A le premier coefficient de la formule de Regnault (voir le *Cours de Thermodynamique*, de M. G. Lippmann).

1° *Cas général.* — En différentiant la fonction φ , qui définit la transformation $[\varphi(p, \nu) = 0]$, on a

$$\varphi'_p dp + \varphi'_\nu d\nu = 0, \quad \text{d'où} \quad -\frac{d\nu}{dp} = \frac{\varphi'_p}{\varphi'_\nu}.$$

En substituant, il vient la formule générale du coefficient d'élasticité

$$(20) \quad E = \nu \frac{\varphi'_\nu}{\varphi'_p}.$$

2° *Cas du gaz parfait.* — Supposons d'abord qu'il s'agisse d'une transformation isotherme. On a

$$p\nu = \text{const.}, \quad \text{d'où} \quad \varphi'_\nu = p, \quad \varphi'_p = \nu$$

et

$$(20 \text{ bis}) \quad E_t = p :$$

donc, *le coefficient d'élasticité isotherme est égal, à chaque instant, à la force élastique du gaz.*

Supposons maintenant qu'il s'agisse d'une transformation adiabatique. On a

$$p\nu^\gamma = \text{const.},$$

d'où

$$\varphi'_p = \nu^\gamma \quad \text{et} \quad \varphi'_\nu = \gamma p \nu^{\gamma-1},$$

d'où

$$(20 \text{ ter}) \quad E_a = \gamma p;$$

donc *le coefficient d'élasticité adiabatique est égal à chaque instant au produit de la force élastique du gaz par le rapport γ .*

3° Enfin, en faisant le quotient de (20 bis) par (20 ter), on a

$$(21) \quad \gamma = \frac{E_a}{E_t};$$

donc *le rapport des deux élasticités, adiabatique, et isotherme, du gaz parfait est égal au rapport γ .*

XIII. *Formule de Newton corrigée par Laplace.* — On sait que la vitesse de propagation d'une onde sonore dans un milieu élastique est exprimée par la formule générale

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

E étant le coefficient d'élasticité du milieu, dans les conditions de la propagation, et ρ sa masse spécifique. C'est cette formule qu'on appelle communément *formule de Newton*, bien qu'elle ait, sous cette forme, plus de généralité que celle même donnée par Newton.

Si l'on applique cette formule à la propagation du son *dans le gaz parfait*, et si l'on admet avec Laplace que la transformation subie par chaque tranche d'air, lors du passage de l'onde sonore, est adiabatique, on aura, en appliquant l'équation (20 *ter*),

$$(22) \quad V = \sqrt{\frac{P}{\rho}} \sqrt{\gamma}.$$

Telle est la formule fondamentale, qui établit une relation entre la vitesse du son dans un gaz parfait et le rapport des chaleurs spécifiques du gaz.

XIV. *Théorème de Reech.* — Si l'on fait subir à une même substance *quelconque* deux transformations élémentaires successives, l'une adiabatique et l'autre isotherme, on arrive à établir une relation d'une grande généralité.

En portant la condition $dt = 0$ (transformation isotherme) dans l'équation (7), on a

$$f'_\rho dp + f'_v dv = 0,$$

d'où

$$\left(\frac{dp}{dv}\right)_t = -\frac{f'_v}{f'_\rho}.$$

G. M.

3

D'autre part, on déduit des équations (8) et (9), en les divisant membre à membre,

$$\frac{h}{l} = - \frac{f'_p}{f'_v}.$$

En multipliant membre à membre ces deux dernières équations, il vient

$$\frac{h}{l} = \frac{1}{\left(\frac{dp}{dv}\right)_t}.$$

En portant la condition $dQ = 0$ (transformation adiabatique) dans les équations (4) et (5), elles donnent

$$\begin{aligned} C dt &= - h dp, \\ c dt &= - l dv. \end{aligned}$$

En divisant membre à membre, il vient

$$(23) \quad \frac{C}{c} = \frac{h}{l} \left(\frac{dp}{dv}\right)_q,$$

d'où

$$(24) \quad \frac{C}{c} = \frac{\left(\frac{dp}{dv}\right)_q}{\left(\frac{dp}{dv}\right)_t}.$$

Telle est l'expression la plus générale du *théorème de Reech*.

Elle se simplifie dans deux cas, qui sont susceptibles d'être soumis à l'expérience.

1° Supposons $dv_q = dv_t$: cela signifie que, dans les deux transformations, on réalise *la même variation de volume*. L'équation (24) devient alors

$$(24 \text{ bis}) \quad \frac{C}{c} = \frac{dp_q}{dp_t},$$

et elle exprime le fait suivant :

Le rapport des deux chaleurs spécifiques *d'une sub-*

stance quelconque est égal au rapport des variations élémentaires de force élastique qui correspondent à une même variation de volume élémentaire, réalisée successivement *par voie adiabatique et par voie isotherme*.

2° Supposons $dp_q = dp_t$: cela signifie que, dans les deux transformations, on réalise *la même variation de pression*.

L'équation devient

$$(24 \text{ ter}) \quad \frac{C}{c} = \frac{dv_t}{dv_q},$$

et elle exprime le fait suivant :

Le rapport des deux chaleurs spécifiques d'une *substance quelconque* est égal au rapport des variations élémentaires de volume qui correspondent à une même variation élémentaire de pression, réalisée successivement *par voie isotherme et par voie adiabatique*.

XV. *Formule de Jamin*. — Si l'on fait subir à une substance quelconque successivement deux transformations paramétriques, l'une à pression constante et l'autre à volume constant, *en y dépensant chaque fois la même quantité de chaleur*, les élévations de température sont différentes. On a, pour une transformation élémentaire :

$$\begin{array}{ll} \text{A pression constante.....} & dq = C dt_p \\ \text{A volume constant.....} & dq = c dt_v \end{array}$$

et, pour une transformation finie (en supposant C et c indépendants de la température),

$$\begin{aligned} \Delta Q &= C \int_T^{T+\Delta T} dt_p = C \Delta T, \\ \Delta Q &= c \int_T^{T+\Delta T'} dt_v = c \Delta T'. \end{aligned}$$

En divisant ces deux équations membre à membre, il vient

$$(25) \quad \frac{C}{c} = \frac{\Delta T'}{\Delta T}.$$

Cette formule exprime le fait suivant :

Le rapport des deux chaleurs spécifiques d'une substance quelconque (supposées indépendantes de la température) est égal au rapport inverse des variations de température qui correspondent à un même gain de chaleur, soit à pression constante, soit à volume constant.

Cette formule a été appliquée par MM. Jamin et Richard à la détermination du rapport des chaleurs spécifiques des gaz.

XVI. *Formule approchée de Poisson.* — Poisson, en raisonnant dans l'hypothèse du calorique, a établi le premier une relation entre le rapport γ des deux chaleurs spécifiques d'un gaz et l'élévation de température qui résulte d'une *petite* compression effectuée dans la masse de ce gaz. Après lui, plusieurs physiciens, entre autres Regnault, Witte, Bauer, ont appliqué cette relation à la détermination de γ ; mais ils l'ont établie par un autre raisonnement qu'on peut résumer de la manière suivante.

Supposons qu'on prenne l'unité de volume du gaz à la température initiale t° et qu'on l'échauffe, à *pression constante*, jusqu'à $(t + 1)^{\circ}$; il est facile de voir que le volume deviendra, en même temps, $1 + \frac{\alpha}{1 + \alpha t}$: soit Q la quantité de chaleur fournie au gaz.

Supposons maintenant qu'on ramène le gaz à son volume initial, en opérant *adiabatiquement* : l'expérience prouve que cette compression est accompagnée d'un dégagement de chaleur, de manière que la température du gaz s'élève à $(t + 1 + \omega)^{\circ}$. Il résulte donc (ou plutôt il paraît résulter) de ce fait que, en fournissant au gaz une même quantité de chaleur Q , on peut, à volonté, produire deux

effets thermiques distincts, suivant qu'on opère à pression constante ou à volume constant. Or, dans le premier cas, l'expression de la chaleur fournie est CD (D étant la masse spécifique du gaz); dans le deuxième cas, l'expression de Q est $cD(1 + \omega)$. On peut donc écrire

$$(a) \quad Q = CD = cD(1 + \omega)$$

d'où

$$(26) \quad \frac{C}{c} = 1 + \omega.$$

La quantité ω serait difficile à mesurer directement, parce qu'elle correspond à une compression déterminée d'avance $\frac{\alpha}{1 + \alpha t}$; mais Poisson l'évalue indirectement au moyen de l'élévation θ , qui correspond à une autre compression quelconque u , assez petite toutefois pour qu'on puisse admettre la proportionnalité des élévations de température aux compressions correspondantes : θ est mesurable directement. On pose alors

$$\frac{\omega}{\theta} = \frac{\frac{\alpha}{1 + \alpha t}}{u},$$

d'où

$$\omega = \theta \frac{\alpha}{(1 + \alpha t)u},$$

d'où enfin la formule de Poisson,

$$(26 \text{ bis}) \quad \frac{C}{c} = 1 + \frac{\alpha \theta}{(1 + \alpha t)u},$$

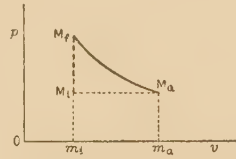
telle qu'elle résulte de sa formule corrigée de la vitesse du son dans l'air ⁽¹⁾.

(1) *Sur la vitesse du son*, par M. Poisson (*Annales de Chimie et de Physique*, 2^e série, t. XXIII).

XVII. *Interprétation thermodynamique de la formule de Poisson.* — Cette formule, bien que les physiciens qui l'ont employée n'en disent rien, ne doit être considérée que comme une formule approchée. Il est facile de montrer que l'égalité (a), d'où on la déduit, ne satisfait pas au principe de l'équivalence.

Soit, en effet, M_i le point figuratif de l'état initial (fig. 6) de la masse de gaz : les paramètres sont p, t avec $\nu_i = 1$.

Fig. 6.



La première transformation comprend deux phases. Pendant la phase d'échauffement *sous pression constante*, le point figuratif décrit la droite $M_i M_a$, parallèle à l'axe des volumes; les paramètres deviennent $p, (t+1)$ avec $\nu_a = 1 + \frac{\alpha}{1+\alpha t}$, et la quantité de chaleur fournie au gaz est égale à CD ; par conséquent la variation d'énergie qui correspond à cette transformation est égale à JCD , moins le travail extérieur effectué, c'est-à-dire aire $\overline{M_i M_a m_a m_i}$.

Pendant la phase de compression adiabatique, le point figuratif décrit l'arc adiabatique $M_a M_f$, et les paramètres deviennent $p_f, (t+1+\omega)$ avec $\nu_f = \nu_i = 1$ et la masse de gaz reçoit une quantité de chaleur équivalente au travail de la compression, lequel est égal à aire $\overline{M_a M_f m_i m_a}$.

En somme, la variation d'énergie qui correspond à ces deux phases successives de la première transformation est

$$\begin{aligned} JCD &= \text{aire } \overline{M_i M_a m_a m_i} + \text{aire } \overline{M_a M_f m_i m_a} \\ &= JCD + \text{aire } \overline{M_a M_f M_i}. \end{aligned}$$

D'autre part, nous pouvons passer directement de l'état M_i à l'état M_f , en échauffant le gaz à volume constant : c'est la deuxième transformation. Les paramètres deviennent p_f , $(t + 1 + \omega)$ et $v_f = v = 1$; il n'y a pas de travail extérieur produit et la variation d'énergie est uniquement constituée par le travail $JcD(1 + \omega)$, équivalent à la quantité de chaleur $cD(1 + \omega)$.

Si maintenant nous faisons parcourir au gaz le cycle complet, $M_i M_a M_f M_i$, on pourra écrire, d'après le principe de l'équivalence, que la variation totale d'énergie est nulle, à savoir :

$$JcD + \text{aire } M_a M_f M_i - JcD(1 + \omega) = 0,$$

d'où l'on tire

$$\frac{C}{c} = 1 + \omega - \frac{\text{aire } M_a M_f M_i}{JcD}.$$

L'erreur commise dans la formule (25) est donc représentée par le terme $-\frac{\text{aire } M_a M_f M_i}{JcD}$.

XVIII. Théorie cinétique des gaz. — On retrouve le rapport γ dans quelques formules importantes de la théorie cinétique des gaz. Clausius, en supposant le rapport γ indépendant de la température est arrivé à la formule

$$(27) \quad \frac{K}{H} = \frac{3}{2}(\gamma - 1),$$

où K représente la *demi-force vive totale* et H la *demi-force vive de translation* des molécules.

Et si l'on suppose que ces grandeurs soient fonctions de la température, la formule devient

$$(27 \text{ bis}) \quad \frac{\frac{\partial K}{\partial t}}{\frac{\partial H}{\partial t}} = \frac{3}{2}(\gamma - 1).$$

De même, Maxwell a trouvé la formule

$$(28) \quad \gamma = \frac{2+3n+\varepsilon}{3n+\varepsilon} = 1 + \frac{2}{3n+\varepsilon},$$

dans laquelle n représente le nombre d'atomes constitutifs de la molécule gazeuse, et ε une fonction du potentiel moyen Φ de la molécule, définie par

$$\frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt} = \varepsilon.$$

Enfin, Boltzmann, en partant de considérations différentes, a donné une troisième formule de γ , à savoir

$$(29) \quad \gamma = 1 + \frac{2}{n},$$

où $n=3$ pour un gaz monoatomique, 5 pour un gaz diatomique, et 5 ou 6 pour un gaz triatomique, suivant la disposition des atomes dans la molécule.

XIX. Conclusions.—L'importance du rapport γ , et, par suite, l'intérêt qu'il peut y avoir à en poursuivre la détermination précise, ressortent manifestement des relations multiples et variées que je viens de rappeler. Je vais les grouper ici en un double Tableau, afin de m'en servir plus commodément.

Pour une substance quelconque :

(8)	$h = (C - c) \frac{f'_p}{f'_t},$	$\left. \begin{aligned} (24) \quad \frac{C}{c} &= \frac{\left(\frac{dp}{dv}\right)_q}{\left(\frac{dp}{dv}\right)_t} \\ (24 \text{ bis}) \quad \frac{C}{c} &= \frac{dp_q}{dp_t} \\ (24 \text{ ter}) \quad \frac{C}{c} &= \frac{dv_t}{dv_q} \end{aligned} \right\}$
(9)	$l = -(C - c) \frac{f'_v}{f'_t},$	
(10)	$k = -c \frac{f'_p}{f'_t},$	
(11)	$\lambda = -C \frac{f'_v}{f'_t},$	
(12)	$\frac{C}{c} = \frac{h}{l} \left(\frac{dp}{dv}\right)_q,$	
		(25) $\frac{C}{c} = \frac{\Delta T'}{\Delta T},$

Pour le gaz parfait :

(8 bis) $h = -C \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{v}{R},$	(18) $\Delta U = Jc(t_i - t_f),$
(9 bis) $l = -C \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{p}{R},$	(19) $J = \frac{R}{C \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)},$
(10 bis) $k = c \frac{v}{R},$	(20 ter) $E_q = \gamma p,$
(11 bis) $\lambda = C \frac{p}{R},$	(21) $\gamma = \frac{E_q}{E_t},$
(12 bis) $Q_t = C \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) T_i \log \frac{v_f}{v_i},$	(22) $V = \sqrt{\frac{p}{\rho}} \sqrt{\gamma},$
(13) $\frac{dp}{p} + \gamma \frac{dv}{v} = 0,$	(25) $\frac{C}{c} = \frac{\Delta T'}{\Delta T},$
(14) $p v \gamma = \text{const.}$	(26) $\gamma = 1 + \omega,$
(15) $\gamma = \frac{\log \frac{p_f}{p_i}}{\log \frac{v_i}{v_f}},$	(26 bis) $\gamma = 1 + \frac{\alpha \theta}{(1 + \alpha t) u},$
(15 bis) $\gamma = \frac{\frac{\Delta p}{p_i}}{\frac{\Delta v}{v_i}},$	(27) $\frac{K}{H} = \frac{3}{2} (\gamma - 1),$
(16) $T v^{\gamma-1} = \text{const.},$	(27 bis) $\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{3}{2} (\gamma - 1),$
(16 bis) $\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{v_i}{v_f}\right)^{\gamma-1},$	(28) $\gamma = 1 + \frac{2}{3n + \varepsilon},$
(17) $T \gamma p^{-(\gamma-1)} = \text{const.},$	(29) $\gamma = 1 + \frac{2}{n},$
(17 bis) $\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{p_f}{p_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}},$	

Ce Tableau comprend, en outre, toutes les formules qui *pourraient théoriquement* être appliquées à la détermination de γ . Je vais faire l'historique de celles qui l'ont été *effectivement* par divers expérimentateurs.

DEUXIÈME PARTIE.

HISTORIQUE.

CHAPITRE I.

LES ORIGINES

(1802-1823).

Formule de Newton. — Opinion de Lagrange. — Calculs de Biot (1802) et de Poisson (1807) d'après l'hypothèse de Laplace. — Premiers calculs de Laplace d'après les expériences de Delaroche et Bérard (1816). — Nouveaux calculs de Laplace d'après les expériences du Bureau des Longitudes et celles de Gay-Lussac et Welter (1822). — Calculs définitifs de Laplace et résumé de la question (avril 1823). — Nouveaux calculs de Poisson (juin 1823). — Histoire de l'expérience dite de *Clément et Desormes*.

I. *Formule de Newton*. — La notion de γ est entrée dans la Science à l'occasion de la correction de la formule de Newton sur la vitesse du son. C'est *par* la vitesse du son, et aussi *pour* la vitesse du son, que les premières valeurs de γ furent déterminées. L'histoire de ce calcul mérite d'être contée en détail, à cause de l'importance de la découverte et de l'illustration des savants qui y ont pris part.

Newton avait appliqué les équations du mouvement des fluides élastiques à l'étude de la propagation d'une *pulsion*, c'est-à-dire d'un ébranlement qui serait communiqué sur une petite étendue à une ligne indéfinie de molécules aériennes. Et il était arrivé, à la suite d'une analyse, qui, « bien qu'imparfaite, dit Laplace, est un monument de son génie », à démontrer la proposition suivante (1), qui détermine la vitesse « horizontale » du son :

(1) *Principia mathematica Philosophiæ naturalis Isaaci Newtonis*.

Les vitesses des pulsions qui se propagent dans un milieu élastique sont en raison composée de la raison sous-doublée de la force élastique directement et de la raison sous-doublée de la densité inversement, en supposant la force élastique du fluide proportionnelle à sa condensation.

Cette proposition doit se formuler, non pas sous la forme générale

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

qu'on désigne communément sous le nom de *formule de Newton*, mais sous la forme particulière

$$V = \sqrt{\frac{p}{\rho}}$$

(V vitesse de propagation; p force élastique et ρ densité absolue du milieu). En effet, elle suppose expressément la proportionnalité de la force élastique du fluide « à sa condensation », d'après la loi de Boyle et de Mariotte, et, par suite, l'invariabilité de la température du milieu propageur : c'est donc le cas de l'*élasticité isotherme* E_t , laquelle est égale à p .

Newton appliqua lui-même sa formule : en désignant par A la hauteur d'une colonne du fluide de densité ρ qui ferait équilibre à la force élastique p , on aurait

$$p = A\rho g, \quad \text{d'où} \quad V = \sqrt{Ag}.$$

Si l'on compare cette nouvelle forme de la formule avec la formule générale de la vitesse des corps qui tombent en chute libre

$$V = \sqrt{2gh},$$

on sera conduit à ce nouvel énoncé de Newton :

equitis aurati, revue par Clairault sur la dernière édition de 1726. Traduction française de M^{me} la marquise du Châtelet (an 1749), t. I, proposition XLVIII, théor. XXXVIII.

La vitesse des pulsions est celle que les graves acquièrent en tombant d'un mouvement également accéléré et en parcourant dans leur chute la moitié de la hauteur A.

En substituant les données expérimentales connues de son temps,

$$A = 356700 \text{ pouces ou } 29725 \text{ pieds anglais,} \quad g = 4\pi^2 \cdot 39 \frac{1}{5},$$

il trouva

$$V = 979 \text{ pieds anglais par seconde.}$$

Or on savait que le son parcourt environ 1142 pieds par seconde. Cette divergence frappa le grand géomètre, mais ne l'embarrassa point. Il en rapporta la cause aux particules étrangères que l'air tient en suspension, et qui, d'après lui, devaient opposer un retard à la propagation des pulsions; et il attribua à sa vitesse calculée un surcroît de 109 pieds, du fait des particules solides, et un surcroît de 54 pieds du fait « des molécules de vapeur cachées dans l'air ». Si l'on fait la somme $(979 + 109 + 54)$, on arrive au nombre 1140 au lieu de 1142. Cette concordance de la théorie avec l'expérience satisfait Newton complètement.

II. *Objections de Lagrange et d'Euler. — Hypothèse de Laplace.* — Les mathématiciens qui reprirent la question dès la fin du XVIII^e siècle, — entre autres Lagrange, qui refit et compléta l'analyse de Newton, et Euler, qui l'étendit au cas d'un milieu à trois dimensions, — se montrèrent plus difficiles sur la concordance. Les membres de l'Académie des Sciences de Paris ayant fait en 1738 une série d'expériences, sur une distance d'environ 29000^m, et à une température de 6° C. (terme moyen), en avaient conclu pour la vitesse du son, dans ces conditions,

$$V = 337^{\text{m}},18 \text{ (par seconde).}$$

D'autre part, si l'on introduisait dans la formule de New-

ton les données expérimentales fournies par les physiciens français, à savoir :

$g = 9,7979$; hauteur barométrique normale $= 0^m,76$;
rapport de la densité du mercure à celle de l'air $= 10475,68$,

on trouvait

$$279^m,395 \text{ (par seconde) à } 0^\circ$$

et, en multipliant ce nombre par

$$\sqrt{1 + 6 \times 0,00375},$$

pour faire la correction de température,

$$V_n = 282^m,42 \text{ (par seconde) à } 6^\circ.$$

L'écart

$$V - V_n = 54^m,76$$

représente environ $\frac{1}{6}$ de la valeur observée (¹). On ne pouvait pas l'expliquer par des erreurs de mesure, qui étaient notablement inférieures à cet ordre de grandeur, et l'on ne voulait plus admettre les conjectures de Newton sur l'influence des molécules étrangères. Il fallait donc considérer la formule de Newton comme étant inexacte ou incomplète.

Lagrange fit remarquer le premier (²) qu'on pourrait supprimer cet écart en *supposant* que, dans la compression de l'air, son élasticité augmentât *plus rapidement* que sa densité; mais lui-même ne s'arrêta pas à cette idée juste. « Cette supposition, dit-il, n'est pas admissible, puisque Mariotte et tous ceux qui ont répété ses expériences ont trouvé que la densité de l'air *croît dans le même rapport* que les poids qui le compriment, tant que la température reste invariable. »

(¹) Ce calcul est fait dans le Mémoire de Poisson : *Sur la vitesse du son* (1807).

(²) LAGRANGE, *Mémoires de Turin*, t. II.

Ce fut Laplace qui, le premier ⁽¹⁾, attribua l'écart à sa véritable cause : c'est que la formule de Newton ne tient pas compte du surcroît d'élasticité dû au dégagement instantané de chaleur qui a lieu, par compression de l'air, sur le passage des ondes sonores.

III. *Premier Mémoire de Poisson sur la vitesse du son.* — *Première détermination de γ .* — Biot ⁽²⁾ en 1802 et Poisson en 1807 firent voir, en effet, qu'en tenant compte de cette cause, la vitesse calculée devait se rapprocher beaucoup de la vitesse observée. Toutefois Biot paraît n'avoir tout à fait compris ou admis l'hypothèse de Laplace, puisqu'il cherche à déduire de la seule connaissance du coefficient de dilatation des gaz l'élévation de température qui résulterait dans l'air d'une compression déterminée. Mais Poisson, au contraire, établit une théorie du son, dans le cas le plus général, en introduisant l'hypothèse de Laplace dans les équations du mouvement de propagation des ondes.

Si D , p (égale à gH) et t^0 sont la densité, la force élastique et la température de l'air avant que le mouvement de propagation ait commencé, on doit représenter, pendant le mouvement, la température par $t_1 = t + \theta$, la densité (prise par rapport au mercure) par

$$D_1 = D(1 + u),$$

(u étant la compression), et la force élastique par

$$p_1 = gH(1 + u' + ku),$$

(ku étant le terme qui représente le surcroît d'élasticité dû au dégagement de chaleur par compression).

La discussion des équations du mouvement conduisit

⁽¹⁾ POISSON, *Mémoire sur la théorie du son*, 1807, et *Mémoire sur la vitesse du son*, 1823.

⁽²⁾ *Journal de Physique*, t. LV, p. 173.

Poisson à cette conclusion que la vitesse a_0 du son à 0° était donnée par

$$a_0 = \sqrt{\frac{gH}{D} (1+k)}$$

et, à la température t° , par

$$a = \sqrt{\frac{gH}{D} (1+t \times 0,00375)} \sqrt{1+k'}$$

(k' étant ce que devient le terme k lorsque la température s'élève à t°).

A l'époque où Poisson écrivit son premier Mémoire, les physiciens n'avaient encore fait aucune expérience qui pût servir à déterminer k ou θ ; il renversa donc la question et, de la comparaison de sa formule avec la vitesse observée en 1738, il déduisit ces deux quantités.

1° *Accroissement d'élasticité k* . — Si l'on substitue à a 337,18 (mètres par seconde), et au premier facteur du deuxième membre le nombre 282,42 (mètres par seconde) qui correspond à la vitesse calculée sans correction, on a

$$k' \quad \text{ou} \quad k = 0,4254 \quad \text{et} \quad 1+k = 1,4254.$$

Remarque. — Plus tard, dans son Mémoire de 1823, Poisson démontra que son terme correctif $\sqrt{1+k}$ ou $\sqrt{1+k'}$ est identique au terme correctif de Laplace $\sqrt{\gamma}$. On peut donc lui attribuer justement la première valeur de γ qui ait été déterminée; et elle fut déduite de la formule de la vitesse du son.

2° *Élévation de température θ* . — Le procédé de calcul consiste à exprimer, en fonction de θ , la nouvelle force élastique p_1 , acquise par l'air pendant le mouvement de propagation. Poisson y parvient en décomposant par la pensée le phénomène calorifique complexe de la compression en phases successives.

Soit p'_1 la force élastique que prendrait l'air si on l'amenait, par compression, à la densité D_1 , mais *sans variation de température*, on aurait, d'après la loi de Mariotte,

$$\frac{p'_1}{\rho} = \frac{D_1}{D}, \quad \text{d'où} \quad p'_1 = gH(1+u).$$

Supposons maintenant que la température de l'air devienne $t + \theta$, par suite du dégagement de chaleur dû à la compression, mais *sans nouvelle variation de volume* : sa force élastique p'_1 deviendra p_1 , et l'on aura, d'après la loi de Gay-Lussac,

$$\frac{p_1}{p'_1} = \frac{1 + \alpha(t + \theta)}{1 + \alpha t},$$

d'où

$$p_1 = gH(1+u) \left(1 + \frac{\alpha\theta}{1+\alpha t} \right).$$

Arrivé à ce point de son calcul, Poisson fait l'hypothèse dont j'ai parlé ci-dessus, à savoir que, *vu la petitesse de la compression* qui se propage sur tout le parcours de l'onde sonore, on peut considérer l'élévation de température θ qui en résulte comme lui étant proportionnelle; et il pose alors $\theta = mu$, m étant une constante.

En substituant cette valeur de θ et négligeant les termes en u^2 , il vient

$$p_1 = gH \left(1 + u + \frac{\alpha m}{1 + \alpha t} u \right);$$

et, en comparant cette valeur de p_1 à la précédente valeur, il vient par identification

$$k = \frac{\alpha m}{1 + \alpha t} = \frac{\alpha\theta}{(1 + \alpha t)u}.$$

Remarques. — 1° On voit que cette valeur de k est identique à la valeur de ω de la formule (26 bis). On

peut écrire, en effet,

$$\frac{k}{\theta} = \frac{\frac{\alpha}{1-\alpha t}}{u},$$

et elle représente bien l'élévation de température corrélative d'une compression égale à $\frac{\alpha}{1+\alpha t}$. C'est pourquoi j'ai appelé cette dernière *formule de Poisson*, bien qu'elle ait été calculée par un raisonnement un peu différent et, d'ailleurs, non moins inexact ⁽¹⁾.

En substituant aux lettres les données numériques

$$\alpha = 0,00375, \quad t = 6^{\circ} \quad \text{et} \quad k = 0,1264,$$

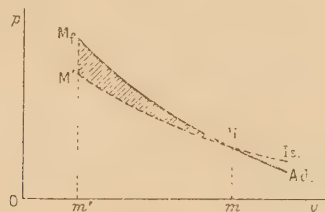
on a

$$m = 115,9, \quad \text{soit} \quad 116, \quad \text{d'où} \quad \theta = 116u.$$

Pour $\theta = 1^{\circ}$, on aurait $u = \frac{1}{116}$. Inversement, si la compression a été de $\frac{1}{116}$, la température a dû s'élever de 1° .

(1) En interprétant thermodynamiquement le raisonnement de Poisson, on voit qu'il substitue à l'arc d'adiabatique $M_i M_f$ (fig. 7), lequel

Fig. 7.



représente réellement le phénomène de compression de l'onde sonore, une ligne brisée formée d'un arc d'isotherme $M_i M_f$ (correspondant à la compression hypothétique sans variation de chaleur) et d'un segment de droite $M' M_f$ (correspondant à l'échauffement hypothétique sans variation de volume). L'erreur commise dans ce raisonnement consiste donc à négliger la variation d'énergie représentée par l'aire du triangle curviligne $M_i M' M_f$. Elle est du même ordre de grandeur que l'erreur commise dans l'autre raisonnement qui a conduit ultérieurement à la formule de Poisson.

Et, en général, si une couche d'air éprouve une compression très petite, u , entre deux autres couches d'air, sa température devra s'élever de

$$\theta = 116u.$$

2° On voit également que l'on pourrait remonter de θ à k ou ω et, par suite, déterminer le rapport γ , en passant par l'intermédiaire de l'élévation de température. Et Poisson, en effet, employa cette méthode dans son Mémoire de 1823, en utilisant les données de l'expérience de Desormes et Clément. Mais je dois dire qu'à cette époque (1807) il ne croyait pas à la possibilité de mesurer directement ω par l'expérience, et il en donnait une raison qui vaut la peine d'être citée :

« Dans la production du son, chaque couche d'air est comprimée entre deux autres couches d'air, et il pourrait se faire que, dans un pareil mode de compression, la chaleur rendue sensible ne fût pas la même que quand nous comprimons un volume d'air dans un vaisseau fermé. Il est donc *impossible* de déterminer *a priori* l'augmentation d'élasticité due au développement de chaleur qui accompagne la propagation du son. »

Si cette réflexion ne prouvait rien contre la possibilité de déterminer directement ω ou, ce qui revient au même, γ , elle peut nous mettre en garde contre la tendance à comparer les résultats des expériences directes, faites « en vaisseau fermé », avec les résultats déduits de la vitesse du son, c'est-à-dire de conditions physiques absolument différentes.

IV. *Premier essai de correction de Laplace, d'après l'expérience de Delaroche et Bérard.* — Laplace, en 1816, développe lui-même son hypothèse dans un Mémoire lu à l'Académie des Sciences ⁽¹⁾. Il insiste sur ce fait que, non

(1) *Sur la vitesse du son dans l'air et dans l'eau (Annales de Chimie et de Physique, t. III, p. 239; 1816).*

seulement le passage des ondes sonores dans l'air est accompagné d'un dégagement de chaleur, mais que la chaleur dégagée n'a pas le temps de se dissiper et reste tout entière dans la tranche aérienne, de manière à augmenter son ressort ou son élasticité ⁽¹⁾. Et il ajoute :

« Ainsi ces molécules, en se rapprochant, se repoussent davantage, d'abord, parce que leur répulsion mutuelle augmente en raison inverse de leur distance, à température constante; ensuite, parce que le calorique latent qui se développe augmente leur température. Newton n'a eu égard qu'à cette première cause de répulsion; mais il est visible que la deuxième cause *doit accroître la vitesse du son*, puisqu'elle augmente le ressort de l'air. »

C'est en faisant entrer cette « deuxième cause de répulsion » dans le calcul qu'il arrive à un théorème qu'il énonce sans le démontrer et qu'il exprime par la formule

$$(22) \quad V = V_n \sqrt{\frac{C}{c}},$$

V étant la vitesse observée dans l'air, et V_n la vitesse qu'on peut déduire de la formule de Newton.

Il cherche ensuite dans les travaux des physiciens de son temps des données expérimentales d'où il puisse déduire une valeur plus ou moins approchée du rapport γ . Il les trouve, ou du moins il les prend, non pas, comme on l'a dit souvent, dans les expériences de Clément et Desormes, mais dans « le travail intéressant de MM. La-roche et Bérard sur la chaleur spécifique des gaz ». Ces

(¹) « La chaleur dégagée par le rapprochement de deux molécules voisines d'une *fibres aérienne vibrante* élève donc leur température et se répand de proche en proche sur l'air et les corps environnants; mais, cette diffusion et cette radiation *se faisant avec une extrême lenteur par rapport à la vitesse de vibration*, on peut supposer sans erreur sensible que, pendant la durée d'une vibration, la quantité de chaleur *reste la même* entre deux molécules voisines. »

physiciens, ayant mesuré les quantités de chaleur que dégagent, par un même abaissement de température d'environ 80° , deux volumes égaux d'air atmosphérique, l'un étant à la pression de 1^{atm} et l'autre à la pression de $1^{\text{atm}},36$, avaient trouvé que la chaleur dégagée, dans le cas de la plus forte pression, était à la chaleur dégagée dans le cas de la plus faible pression dans le rapport de 1,24 à 1. Laplace interprète cette expérience d'après un théorème qu'il déduit de l'hypothèse de la matérialité du calorique, qu'il énonce encore sans démonstration ⁽¹⁾ et d'où il déduit

$$\frac{C}{c} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

En substituant cette valeur dans la formule (23), il a

$$V = V_n \sqrt{1,5} = 282,42 \sqrt{1,5} = 345^{\text{m}},35 \text{ (à } 6^{\circ}\text{)}.$$

Or, les Académiciens français de 1738 avaient trouvé, comme on sait, $337^{\text{m}},18$ à 6° . La différence est égale à $8^{\text{m}},17$ *en plus* et elle lui semble assez petite pour n'infirmer en rien l'exactitude de sa formule de correction, car elle peut être attribuée « à l'incertitude des expériences ». Toutefois, ce résultat paraît avoir ébranlé sa confiance dans l'expérimentation directe pour déterminer γ ; car, tout en engageant les physiciens à s'y livrer, il ne leur cache pas que « peut-être, vu la difficulté des expériences

(1) « Si l'on suppose, avec plusieurs physiciens, que la chaleur contenue dans une masse d'air soumise à une pression constante et à des températures diverses est proportionnelle à son volume (ce qui doit s'écarter peu de la vérité), le rapport γ est égal au rapport de la différence de deux pressions à la différence des quantités de chaleur que développent deux volumes égaux d'air atmosphérique soumis respectivement à ces pressions, en passant d'une température donnée à une même température inférieure, la plus petite de ces quantités de chaleur et la plus petite de ces pressions étant prises pour unités. »

directes, la vitesse du son est-elle le moyen le plus précis d'obtenir γ ?

Ainsi ce nombre 1,5 est la première valeur de γ qui ait été déterminée *directement*, de même que le nombre 1,4254, calculé par Poisson, peut être considéré comme la première valeur qui ait été déterminée *indirectement*. Mais, de l'avis même de Laplace, le nombre 1,5 est *trop fort*.

V. *Théorie de Laplace. — Interprétation de l'expérience de Desormes et Clément.* — C'est en avril 1823, dans le Livre XII de sa *Mécanique céleste* ⁽¹⁾, que Laplace traita à fond, au double point de vue théorique et expérimental, la question du rapport γ .

Il établit d'abord ses hypothèses sur les forces moléculaires et sur la manière d'être du calorique dans les corps ⁽²⁾.

Il les complète, au point de vue du mode particulier de

(1) M^{re} DE LAPLACE, *Mécanique céleste*, Liv. XII, Ch. III.

(2) D'après Laplace, chaque molécule d'un corps est soumise à l'action des forces suivantes : 1^o une *attraction* de la part des molécules même environnantes ; 2^o une *attraction* de la part du *calorique* de ces mêmes molécules environnantes ; 3^o une *attraction* de la part des molécules même sur le calorique propre de la molécule considérée ; 4^o enfin, une *répulsion* du calorique de la molécule sur le calorique des molécules environnantes.

Il admet, en outre, l'existence dans chaque molécule de deux sortes de calorique : 1^o le *calorique libre*, qui est sensible au thermomètre et dont la densité constitue la *température* ; 2^o le *calorique latent*, qui est insensible au thermomètre. Cette distinction est imposée par la disparition de chaleur qui accompagne les changements d'état des corps et par la réapparition de chaleur qui accompagne les changements inverses. Le *calorique absolu* de la molécule, c'est la somme de son calorique libre et de son calorique latent.

Il admet ensuite que la compression produit deux effets sur les gaz : 1^o elle augmente la densité du *calorique libre*, ce qui est prouvé par l'élévation de température bien constatée par l'expérience ; 2^o elle augmente la quantité de *calorique latent*, ce qui est prouvé par ce fait que « l'air abandonne du calorique en se refroidissant, sous diverses pressions. »

compression de l'air qui a lieu dans la propagation des ondes sonores, en admettant que l'accroissement de chaleur qui en résulte doit être, comme on dit aujourd'hui, *adiabatique* ⁽¹⁾.

A l'aide de ces hypothèses et en introduisant dans les calculs les forces d'attraction et de répulsion moléculaires et caloriques, Laplace parvient non seulement à expliquer la loi de Mariotte et la loi de Gay-Lussac, mais à démontrer le théorème qu'il avait énoncé en 1816.

Restait à soumettre sa formule au contrôle de l'expérience. Pour cela, il n'a plus recours aux mesures de La Roche et Bérard, qu'il semble avoir oubliées complètement. Il interprète une autre expérience de la même époque, c'est-à-dire en 1812.

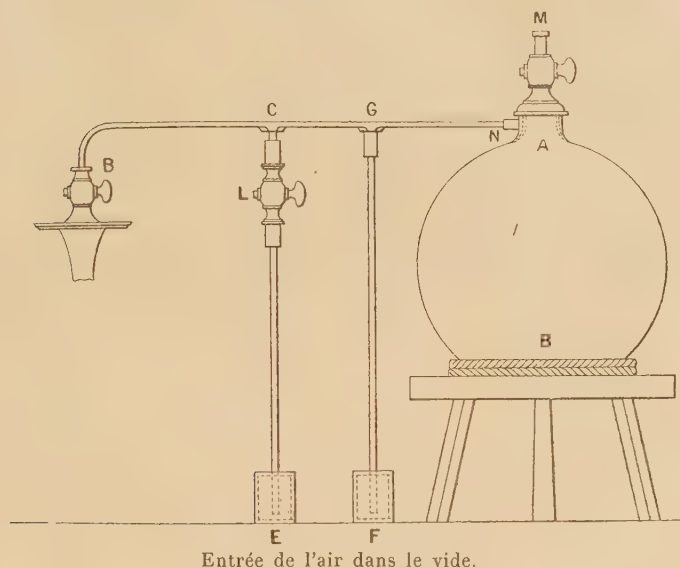
Expérience de Desormes et Clément. — Voici cette expérience, — devenue fameuse, depuis Laplace, sous le nom d'*Expérience de Clément et Desormes*, — telle qu'elle est décrite dans le Mémoire même des auteurs ⁽²⁾, avec sa figure explicative (*fig. 8*), ornée de cette légende naïve : *Entrée de l'air dans le vide*. Les auteurs commencent par décrire leur appareil.

⁽¹⁾ « La durée de la vibration d'une molécule aérienne est au-dessous d'une *tierce sexagésimale*. Dans ce court intervalle le calorique absolu de la molécule peut être considéré comme constant; car il ne peut se perdre que par le rayonnement de la molécule et par sa communication aux molécules voisines; et, pour rendre cette perte sensible, il faut un temps *beaucoup plus grand qu'une tierce*. » Cette idée que se faisait Laplace de la rapidité des pertes de chaleur d'un gaz, par rayonnement et par conductibilité, aurait beaucoup d'intérêt pour les physiciens s'il avait pu l'appuyer sur des preuves expérimentales.

⁽²⁾ Ce Mémoire fut publié ultérieurement, en novembre 1819, dans l'ancien *Journal de Physique, de Chimie et d'Histoire naturelle*, sous le titre suivant : *Détermination expérimentale du zéro absolu de chaleur et du calorique spécifique des gaz*, par MM. Desormes et Clément manufacturiers. Il est en deux Parties, qui se trouvent dans le même Volume LXXXIX, l'une à la page 321 et l'autre à la page 428.

Description de l'appareil. — « AB est un ballon de verre (fig. 8) de 28^{lit}, 40, portant une virole en cuivre, muni d'un robinet M ayant une ouverture d'environ 0^m,014 de diamètre. Sur le

Fig. 8.



côté de la virole en N se trouve un tube NB communiquant à une machine pneumatique; ce tube communiquait aussi à deux autres tubes GF et CE, dont le premier plongeait dans du mercure et le second dans de l'eau. Celui-ci avait dans sa hauteur un robinet L. Leur longueur était de plus de 0^m,87, et ils étaient divisés en parties du mètre. On observait le baromètre et le thermomètre atmosphériques à chaque expérience. »

Les auteurs parlent ensuite des essais préalables qu'ils ont faits pour se familiariser avec la manœuvre et pour établir les conditions les plus favorables à leur expérience (1), puis ils décrivent en détail l'une de leurs expé-

(1) « En multipliant ainsi les expériences, nous avons remarqué qu'une des conditions les plus importantes pour obtenir des résultats

riences, celle qu'ils considèrent « comme la meilleure d'au moins 60 observations ». La température ambiante était de $12^{\circ},5$ et la hauteur barométrique de $766^{\text{mm}},5$.

Expérience. — « On opéra, par la machine pneumatique, une dépression de $13^{\text{mm}},81$ de mercure (jugée sur le baromètre d'eau). La pression dans le ballon, après un temps suffisant, se trouva être de $752^{\text{mm}},69$. Voilà l'état du récipient avant l'expérience. Nous l'appellerons la *première époque de l'observation*.

Alors on a ouvert le robinet et l'on a entendu l'air rentrer. On a vu le manomètre descendre au niveau : on a fermé le robinet, bien persuadé que la pression intérieure était égale à celle extérieure, autant par l'abaissement du manomètre à son niveau que par la cessation du bruit de rentrée de l'air, et par l'impossibilité physique d'ouvrir et de fermer le robinet à moins de $\frac{2}{5}$ de seconde, temps plus considérable qu'il n'est nécessaire, d'après le calcul, pour opérer l'introduction de l'air.

« On a ensuite reporté son attention sur le manomètre, qu'on a vu se relever avec une vitesse décroissante jusqu'à une hauteur de $3^{\text{mm}},611$ de mercure : c'est ce que nous appelons la *deuxième époque de l'observation*.

« Nous avons beaucoup varié cette expérience; nous l'avons faite à plusieurs températures, sur des vides de diverses grandeurs et sur des gaz de nature différente. Nos observations nous ont constamment donné des résultats à peu près semblables. »

Interprétation de Laplace. — Laplace tira de cette expérience une conséquence totalement différente des conclusions mêmes des auteurs. À l'aide d'un raisonnement un peu compliqué, et que nous justifierons ci-dessous, en le simplifiant à l'aide des formules de la Thermodynamique, il parvint à exprimer γ au moyen des données expérimentales précédentes. En appelant :

P la pression atmosphérique ;

exacts et concordants est l'*uniformité* de température pendant l'expérience. Il faut que l'appareil soit placé dans un grand appartement, où il n'y ait aucun courant d'air. Au surplus, avec l'appareil même, on peut s'assurer, en fermant son robinet, que la température ne varie point si le manomètre reste à son niveau. »

P' la pression dans le ballon, qui correspondait à la première époque de l'observation ;

P'' la pression dans le ballon, qui correspondait à la deuxième époque de l'observation, il trouva la formule

$$(29) \quad \frac{C}{c} = \frac{P - P'}{P'' - P'}.$$

En y substituant les valeurs numériques de Desormes, il vient

$$\gamma = 1,355.$$

C'est la valeur de γ qu'on appelle improprement *nombre de Clément et Desormes*. Ce nombre, introduit dans la formule de Laplace, donnait $V = 332^m,9$. D'autre part, la vitesse observée en 1738, étant réduite à $12^{\circ},5$ (température de l'expérience de Desormes), devient égale à $340^m,4$. Cela faisait entre les deux nombres un écart de $7^m,5$.

Ce fut à cause de cet écart, encore notable, que Laplace demanda d'une part aux Membres du Bureau des Longitudes d'instituer des expériences pour mesurer à nouveau la vitesse du son ; et d'autre part à Gay-Lussac et Welter, de répéter l'expérience de Desormes et Clément, en la dirigeant dans le sens de l'interprétation qu'il venait d'en donner, de manière à déterminer γ aussi exactement que possible.

VI. *Expériences de Gay-Lussac et Welter. — Vérification de la formule de Laplace.* — Les mesures du Bureau des Longitudes furent exécutées le 21 juin 1822. Elles donnèrent pour la vitesse du son dans l'air

$$V = 340,89 \text{ (mètres par seconde)}$$

à la température de $15^{\circ},9$ et sous la pression de 76^{cm} .

Quant aux expériences de Gay-Lussac et Welter, elles étaient en cours d'exécution au moment où Laplace en utilisa les premiers résultats pour la vérification de sa for-

mule ⁽¹⁾; tout ce qu'on en sait se trouve dans la *Mécanique céleste* ⁽²⁾. Ces physiciens paraissent avoir notablement perfectionné le dispositif de Desormes et Clément :

1° Ils réduisirent la durée de l'ouverture du robinet de $\frac{2}{5}$ à $\frac{4}{6}$ de seconde;

2° Ils prirent certaines précautions, — mais Laplace ne dit pas lesquelles, — pour s'assurer que le manomètre indique, à la fin de la phase adiabatique, la même pression à l'intérieur qu'au dehors;

3° Ils opérèrent par détente, de manière à ne pas introduire dans le ballon de l'air étranger à la masse d'air en expérience.

L'une des expériences communiquées à Laplace avait pour données :

$\theta = 13^\circ$ (cette température a été constante).

h_i (excès de pression initiale) = 16^{mm}, 3644, d'où $P' = H + h_i$

h_m (excès de pression finale) = 4^{mm}, 4409 » $P'' = H + h_m$

$H = 757^{\text{mm}}$ (la pression atmosphérique a été

constante), d'où $P = 757^{\text{mm}}$

On en déduisait

$$\frac{C}{c} = \frac{P' - P}{P' - P''} = \frac{16,3644}{11,9235} = 1,372.$$

« Quatre autres expériences de Gay-Lussac et Welter, faites sous la pression 757^{mm}, avaient donné $\gamma = 1,3748$ avec une approximation de $\frac{1}{136}$. » C'est ce dernier nombre que Laplace adopte pour vérifier sa formule.

Le calcul de la vitesse newtonienne du son donnait

$$279^{\text{m}}, 331 \text{ à } 0^\circ \text{ et } 283^{\text{m}}, 37 \text{ à } 16^\circ.$$

avec $g = 9,80875$ (Borda) et Δ (rapport de la densité du mercure à celle de l'air) = 10466,82 (Biot et Arago).

⁽¹⁾ *Note sur la vitesse du son (Annales de Chimie et de Phys., 3^e série, t. XX (1842)).*

⁽²⁾ *Mécanique céleste, Livre XII, Ch. III, p. 140.*

En multipliant V_n par $\sqrt{1,3748}$, on a

$$V = 337,202^m.$$

Laplace ajoute à ce nombre une correction de $0^m,574$, relative à l'état hygrométrique de l'air pendant les expériences du Bureau des Longitudes, parce que, « la vapeur aqueuse, étant plus légère que l'air, le rend moins dense, et doit produire sur la vitesse du son un effet analogue à celui de la chaleur ». Le nombre définitif est $337^m,776$: il diffère encore de $3^m,114$ du nombre observé; et cette fois il est légitime que cette différence paraisse à Laplace être « dans la limite des petites erreurs dont cette expérience et les éléments de calcul dont il a fait usage sont susceptibles ».

VII. *Calcul de l'équation adiabatique.* — Ces expériences avaient, en outre, pour Laplace un grand intérêt : elles confirmaient un fait qu'on pouvait déjà prévoir, d'après certaines indications de Desormes et Clément, à savoir la *constance* du rapport γ .

En effet, Gay-Lussac et Welter avaient constaté que

» La pression ayant varié depuis 144^{mm} jusqu'à 1460^{mm} $\left\{ \begin{array}{l} \frac{C}{c} \text{ n'a pas varié de } \frac{1}{16} \text{ de sa} \\ \text{valeur.} \end{array} \right.$
 » La température ayant varié depuis (-20°) jusqu'à $+40^\circ$ »

Et Laplace corrobore ce résultat expérimental par une observation faite à Quito, à une altitude où la pression barométrique était réduite à 544^{mm} : la vitesse du son y fut trouvée *sensiblement égale* à ce qu'elle était à Paris, ce qui exige que le rapport γ soit à peu près le même sous les deux pressions barométriques 750^{mm} et 544^{mm} .

La constance du rapport γ lui permit d'intégrer l'équation différentielle où l'avaient conduit ses calculs précédents, à savoir

$$Cp \frac{dV}{dp} + c\rho \frac{dV}{d\rho} = 0,$$

dans laquelle p et ρ sont la force élastique et la densité, et V une fonction

$$f(u, \rho, p) = V,$$

qui donne la *chaleur absolue* de la molécule du gaz (u désignant ici la température absolue de l'espace). Cette fonction V doit être une solution de l'équation aux dérivées partielles, et il y a une infinité de fonctions V répondant à la question. En intégrant, on a

$$V = \psi \left(\frac{p^{\frac{1}{\gamma}}}{\rho} \right), \quad \psi \text{ représentant une fonction arbitraire.}$$

De toutes ces fonctions la plus simple est

$$V = F + H \frac{p^{\frac{1}{\gamma}}}{\rho}, \quad F \text{ et } H \text{ étant des constantes.}$$

Telle est l'équation de *Laplace*, proprement dite.

Il est aisé de la mettre sous la forme classique. En introduisant la condition d'adiabatisme, il vient

$$V = \text{const.},$$

d'où, en définitive,

$$(14) \quad p v^{\gamma} = \text{const.}$$

Il est donc légitime de donner à cette équation le nom du grand géomètre qui l'a formulée le premier ⁽¹⁾.

VII. *Calculs définitifs de Poisson*. — Poisson, qui est souvent considéré comme le promoteur de l'équation adiabatique, n'a fait qu'en donner une démonstration plus simple, plus rigoureuse même que celle de Laplace, en ce qu'elle élimine toutes ses hypothèses sur la chaleur de la molécule; et il ne l'a donnée qu'après Laplace.

(1) *Mécanique céleste*, Livre XII (avril 1823).

En effet, le second Mémoire, dans lequel il expose ses idées définitives sur la question et où il complète et rectifie son Mémoire de 1807, n'a été publié qu'au mois de juin 1823 (1).

Il commence par rendre hommage à la priorité de la découverte de Laplace.

« Il n'en est pas moins vrai, dit-il, que cet accroissement (il s'agit de l'accroissement de force élastique plus rapide que ne l'indique la loi de Mariotte) a réellement lieu pour l'air en mouvement : c'est à M. Laplace que nous devons d'en avoir assigné la véritable cause et d'avoir ainsi complètement expliqué et fait disparaître la différence entre la formule de Newton et l'observation ».

Puis il rappelle que, en tenant compte du surcroît d'élasticité adiabatique, il avait calculé la vitesse du son a par la formule

$$a = \sqrt{\frac{gH}{D}} \sqrt{\left[1 + \frac{\alpha\theta}{(1 + \alpha t)u} \right]},$$

et l'inconnue θ (qu'il avait précédemment calculée en fonction de la correction d'élasticité k), il cherche à son tour à l'exprimer au moyen des données immédiates de l'expérience de Desormes et Clément. Soient :

P, D, t la pression, la densité et la température de la masse d'air, avant l'expérience;

$P', D', t, \dots$, après l'aspiration (*première époque de Desormes et Clément*);

$P, D'', t + \theta, \dots$, après la manœuvre du robinet;

$P'', D'', t, \dots$, après que l'excès de température θ a été dissipé (*seconde époque de Desormes et Clément*).

On a d'abord, pour la condensation u

$$u = \frac{D'' - D'}{D'} = \frac{P'' - P'}{P'};$$

(1) POISSON, *Sur la chaleur des gaz et des vapeurs* (Annales de Chimie et de Physique, 2^e série, t. XXIII, p. 337).

car les densités D' et D'' correspondent à la même température t , et l'on a, d'après la loi de Mariotte,

$$\frac{D''}{D'} = \frac{P''}{P'}.$$

De plus les pressions P et P'' correspondent aux températures $t + \theta$ et t , pour la même densité D'' : on a donc, d'après la loi de Gay-Lussac,

$$\frac{P}{P''} = \frac{1 + \alpha(t + \theta)}{1 + \alpha t}, \quad \text{d'où} \quad \frac{\alpha \theta}{1 + \alpha t} = \frac{P - P''}{P''},$$

d'où enfin

$$1 + \frac{\alpha \theta}{(1 + \alpha t)u} = 1 + \frac{(P - P'')P'}{(P'' - P')P''},$$

ou, si l'on suppose que P'' est très peu différent de P' ,

$$1 + \frac{\alpha \theta}{(1 + \alpha t)u} = \frac{P - P'}{P'' - P'} = K.$$

De ce que le terme correctif de Poisson, K , et le terme correctif de Laplace, γ , sont exprimés l'un et l'autre par le même rapport numérique, on pourrait en conclure rigoureusement leur identité. Poisson ne s'est pas contenté de cette démonstration indirecte; il a démontré en outre directement que $K = \gamma$. C'est là le deuxième point de son Mémoire (1).

Puis il poursuit ses calculs, en admettant que K soit constant. « L'expérience seule, dit-il, peut nous apprendre comment le rapport K dépend de la température et de la densité de l'air; elle paraît indiquer qu'il est indépendant de ces deux éléments. » Et il établit alors successivement :

(1) Je ferai remarquer que le terme K est le même que Poisson désignait par $(1 + k)$ ou par $(1 + k')$ dans son Mémoire de 1807.

1° La loi de la variation adiabatique de la température

$$(16 \text{ ter}) \quad \theta = 266^{\circ},7 \left[\left(\frac{V}{v} \right)^{K-1} - 1 \right],$$

où v et V sont les volumes qui correspondent aux valeurs ρ et D de la densité de la masse d'air;

2° La loi de la variation adiabatique de la densité

$$(14 \text{ bis}) \quad p = P \left(\frac{\rho}{D} \right)^K,$$

ou bien, en fonction des volumes,

$$p v^K = P V^K;$$

et nous retombons sur la forme classique de l'équation adiabatique.

Remarque sur l'expérience de Desormes et Clément.

— Ainsi, l'interprétation de cette expérience, faite par Laplace, puis par Poisson, à l'aide de calculs pénibles et approximatifs, les avait conduits non seulement à la détermination de γ , mais aussi à l'établissement des formules adiabatiques. Inversement, si l'on part des formules de la Thermodynamique pour interpréter cette expérience, on arrive — comme je le montrerai ultérieurement — par une voie plus aisée et plus sûre, non seulement à exprimer γ en fonction des données expérimentales, mais aussi à déterminer le degré d'approximation de cette formule.

IX. *Histoire de l'expérience dite de Clément et Desormes.* — Si long que soit déjà ce Chapitre des origines, je ne voudrais pas le terminer sans ajouter quelques mots sur la fameuse *Expérience de Clément et Desormes*. Il s'est presque formé une légende sur ce travail des deux manufacturiers. Leurs noms, leur *méthode de détermination*, leur nombre même se trouvent en tête de tous les

Chapitres écrits sur la question. Or, la vérité est qu'ils ne s'en sont jamais occupés. Ils n'ont jamais pensé à déterminer γ , ils n'ont jamais fait la moindre mesure dans ce sens, et ils n'ont donné aucune valeur de ce rapport. C'est ce qui résulte, avec évidence, de l'historique exposé ci-dessus. On a vu que c'est Laplace qui a le premier interprété les données expérimentales de Desormes et Clément de manière à en déduire une valeur de γ ; et que c'est Gay-Lussac qui a le premier fait servir leur dispositif expérimental à des recherches méthodiques sur la valeur de γ .

Desormes et Clément avaient dirigé leurs recherches vers un but tout différent : il s'agissait pour eux de répondre à la *question des chaleurs spécifiques*, mise au concours par l'Académie des Sciences en 1812, et ils publièrent leur Mémoire en 1819, dans le *Journal de Physique, de Chimie et d'Histoire naturelle*, comme une sorte de protestation contre l'Académie, qui ne leur avait pas décerné le prix ⁽¹⁾. Or, pour se rendre compte de la légitimité de cette manifestation, il suffit de jeter un coup d'œil sur les conclusions du Mémoire, qui sont libellées comme il suit.

« Résumé des principales vérités qu'on a essayé de démontrer dans ce Mémoire :

(¹) « La doctrine que nous allons tenter d'étudier a été soumise au jugement de l'Institut au mois de septembre 1812.... Nous étions arrivés à des résultats presque semblables à ceux que renfermait le Mémoire couronné (il s'agit de celui de Delaroche et Bérard) et que rien n'a démontrés moins exacts.... Cependant notre travail n'obtint pas le suffrage de l'Institut.... Ce jugement ébranla notre confiance dans le principal résultat, et nous résolûmes d'y réfléchir de nouveau avant de le rendre public. On avait fait, en opposition, quelques expériences qu'on voulut bien nous communiquer. Nous en avons étudié les conséquences, nous avons pesé les objections qu'on en tirait, et nous avons conservé notre première conviction. Nous allons maintenant soumettre notre travail à tous les physiciens. » (Extrait de l'*Avertissement* placé en tête du premier Mémoire de Desormes et Clément.)

1° Les changements de température qui résultent de la compression ou de la dilatation de l'air et de sa rentrée dans le vide sont *uniquement dus au calorique de l'espace.* »

On voit par là combien les auteurs étaient loin des idées de Laplace et de la véritable interprétation du phénomène thermique qui caractérise leur expérience.

« 2° Le calorique absolu de l'espace, à la température de $12^{\circ},5$, peut élever de 114° un volume d'air atmosphérique égal à lui, sous la pression atmosphérique et d'abord à la même température de $12^{\circ},5$. »

C'était là le résultat direct de leur expérience, d'après leur propre interprétation.

Ils considèrent, en effet, que :

1° L'aspiration de *la première époque* a produit dans l'air du ballon *un vide partiel*, qu'ils évaluent, par un calcul simple ⁽¹⁾, à $0^{\text{lit}},52$;

2° Une partie seulement de ce vide, laquelle ils évaluent à $0^{\text{lit}},377$, a été comblée par la rentrée d'air de *la seconde époque* ⁽²⁾;

3° Ils estiment que « l'air entrant dans le vide fait lui-même fonction de thermomètre en s'emparant de la chaleur qu'il y rencontre; l'échauffement qu'il éprouve augmente son ressort; puis il se refroidit et subit une diminution de pression », et ils déduisent ensuite de la loi de Gay-Lussac que l'élévation de température, qui correspond à

(1) « La pression dans le ballon, après un temps suffisant, se trouva être de $(766^{\text{mm}},5 - 13^{\text{mm}},81) = 752,69^{\text{mm}}$; par conséquent, le volume de l'air resté aurait été, sous la pression atmosphérique, de $27^{\text{lit}},888$ (*d'après la loi de Mariotte*), et le vide fut de $0^{\text{lit}},52$. »

(2) « La pression dans le récipient, après le retour de la température intérieure à celle ambiante, était de $(766^{\text{mm}},5 - 3^{\text{mm}},611) = 762^{\text{mm}},88$; le volume d'air contenu serait alors, sous la pression atmosphérique (*d'après la loi de Mariotte*) de $28^{\text{lit}},26$; par conséquent, l'air rentré aurait sous la même pression un volume de $0^{\text{lit}},377$; par conséquent, le vide détruit était égal à ce nombre $0^{\text{lit}},377$. »

ce vide détruit de 0^{lit}, 377, et à cette chaleur absorbée, est exactement égale à 1^o, 312 (1);

4^o De là ils concluent que « si le vide détruit avait été égal au volume entier du ballon, c'est-à-dire à 28^{lit}, 40, c'est-à-dire 75 fois plus grand, le calorique dégagé eût été 75 fois plus grand, c'est-à-dire 1^o, 312 $\times$ 75 = 99^o »;

5^o Mais, comme ce nombre est encore loin du nombre 116, que les calculs de Poisson rendaient plus probable (2), ils font subir au nombre brut de leurs mesures une ou deux corrections assez bizarres qui finissent par l'amener à 114^o (3).

(1) Il suffit de remarquer que le volume final de gaz, 28^{lit}, 26, occupait le volume total du ballon, c'est-à-dire 28^{lit}, 40 à la pression extérieure, au moment où la chaleur du vide absorbée n'était pas encore dissipée. En appliquant la formule classique

$$V_{t+\theta} = V_t(1 + \alpha\theta),$$

il vient

$$\theta = \frac{V_{t+\theta} - V_t}{\alpha V_t} = \frac{28,40 - 28,26}{0,00375 \times 18,26};$$

on trouve

$$\theta \equiv 1^{\circ}, 320,$$

(2) « On lit dans le Mémoire de M. Poisson sur la vitesse du son, que $\frac{1}{116}$ de compression dans l'air doit élever sa température de 1^o. Pourrait-on dire qu'une réduction de volume, qu'une perte d'espace de $\frac{116}{116}$, c'est-à-dire entière, donneront une élévation de température de 116^o d'un volume égal d'air atmosphérique? »

(3) Voici ces corrections, extraites telles quelles du Mémoire :

« 1^o En répétant la même expérience avec l'acide carbonique (qui est un meilleur absorbant que l'air à cause de sa capacité calorifique plus grande, 1500 au lieu de 1000), nous avons reconnu que ce gaz recevait un accroissement de température de 77^o, 50. Nous sommes en droit de conclure que, si l'air absorbait le calorique aussi bien que lui, comme sa capacité n'est que les $\frac{2}{3}$ de celle de l'acide carbonique, sa température acquise se serait trouvée moitié plus grande, à savoir

$$77^{\circ}, 50 + \frac{1}{2} 77^{\circ}, 50 = 116^{\circ}, 25.$$

» 2^o D'autres expériences faites pour évaluer le calorique perdu pendant le très petit temps de l'introduction, nous ont laissés persuadés

Mais la troisième conclusion du Mémoire est la plus inattendue :

« 3° Le calorique spécifique de l'espace étant 1000, on peut exprimer celui des gaz, à volume égal, par les nombres suivants :

Air.....	à 758 ^{mm}	de pression....	2587,5 ^o
Air.....	à 95	»	1195
Hydrogène....	à 758	»	1697,5
Ac. carbonique	à 758	»	3917

» Et ils évaluent avec la même unité la chaleur spécifique de l'eau 8 278 000, et celle du mercure 3 400 000. »

Il n'y a peut-être pas lieu de s'étonner que l'Académie de 1812 n'ait pas considéré la *question des chaleurs spécifiques* comme résolue par le Mémoire de Desormes et Clément. Mais, pour être équitable, il faut ajouter que ce Mémoire n'était pas sans valeur à d'autres points de vue. En effet, outre l'expérience ingénieuse, qui a servi de modèle à presque tous les expérimentateurs qui ont voulu mesurer γ , il contenait l'idée fort juste d'évaluer la température d'une masse gazeuse par la variation de pression que lui fait subir l'échauffement cherché : c'est le principe même du thermomètre à gaz.

« L'air entrant dans le vide, disent-ils, fait lui-même fonction de thermomètre en s'emparant de la chaleur qu'il y rencontre;

qu'il n'excédait pas $\frac{1}{8}$ de la totalité, et, par conséquent, nous devons augmenter le résultat fourni par l'expérience sur l'air de $\frac{1}{8}$, c'est-à-dire le porter de 99° à

$$99^{\circ} + \frac{1}{8} 99^{\circ} = 111^{\circ}, 38.$$

» Nous ne croyons pas nous écarter de beaucoup de la vérité en prenant le terme moyen de ces deux résultats, et en fixant, par suite, l'effet maximum à 113°, 81 ou 114°. »

Et ils ajoutent, assez naïvement, que « le résultat du calcul de M. Poisson s'accorde alors *merveilleusement* avec celui de l'expérience. »

l'échauffement qu'il éprouve augmente son ressort; mais il se refroidit, et sa diminution de pression, quand la température est devenue uniforme, mesure très aisément l'excès de température auquel il était parvenu antérieurement. *On sent qu'il est très avantageux de pouvoir éviter, dans une expérience aussi délicate, l'influence d'un thermomètre toujours beaucoup trop massif et par conséquent infidèle.*

C'est dans cette remarque si judicieuse qu'on doit chercher l'esprit et la véritable portée de l'expérience de Desormes et Clément.

CHAPITRE II.

LES MÉMOIRES.

Les Méthodes directes : Méthode dite de Clément et Desormes.

Classification des méthodes. — *Interprétation thermodynamique de l'expérience de Desormes et Clément.* — Méthode dite de Clément et Desormes et Mémoires s'y rattachant. — Expériences de C. Assmann (1852). — Expériences de Masson (1858). — Expériences de Weisbach (1859). — Expériences de Hirn (1862). — Expériences d'Athanase Dupré (1863). — Expériences de Tresca et Laboulaye (1865). — Expériences de A. Cazin : Premier Mémoire (1862); deuxième Mémoire (1869). — Expériences de F. Kohlrausch (1869). — Expériences du Dr W.-C. Röntgen : Premier Mémoire (1870); deuxième Mémoire (1873). — Expériences de Regnault (1871). — Expériences de M. Em. Paquet (1885). — Expériences de M. G. de Lucchi (1882).

I. *Classification des méthodes.* — Les Mémoires publiés sur la détermination de γ sont très nombreux; mais les méthodes de détermination sont en nombre restreint: on peut les rattacher presque toutes soit à l'emploi de l'équation adiabatique, sous ses diverses formes, soit à l'emploi de la formule de la vitesse du son. Les premières peuvent être considérées comme des méthodes *directes*: elles permettent de déterminer γ *directement*, en fonction des paramètres p , v , t , du gaz soumis à l'expérience. Les autres nécessitent la détermination préalable d'une autre

grandeur physique, telle que la vitesse du son dans le gaz considéré : je les appellerai méthodes *indirectes*. A cette catégorie se rattachent logiquement quelques autres méthodes fondées sur l'emploi d'une autre formule, comme les formules de Clausius, ou bien sur la détermination préalable et séparée de C et de c.

II. *Interprétation thermodynamique de l'expérience de Desormes et Clément.* — Parmi les méthodes directes, la plus importante, parce qu'elle a été la plus employée, c'est, sans contredit, la méthode fondée (au point de vue expérimental) sur l'expérience de Desormes et Clément. Il est aisé de démontrer, en interprétant thermodynamiquement cette expérience, qu'elle est une application directe de l'équation adiabatique de Laplace.

J'ai montré précédemment (Introduction, § IX) qu'on déduit immédiatement de l'équation de Laplace la formule

$$(15) \quad \gamma = \frac{\log \left(\frac{p_i}{p_f} \right)}{\log \left(\frac{v_f}{v_i} \right)},$$

dans laquelle p_i, v_i et p_f, v_f sont les paramètres de l'état initial et de l'état final d'une même masse de gaz soumise à une transformation adiabatique, détente ou compression (fig. 5).

Reportons-nous à l'expérience de Desormes et Clément. On voit que la pression correspondante à la *première époque*, au moment où l'air intérieur, ayant été raréfié par aspiration, a repris la température ambiante t ($12^{\circ}, 5$), c'est précisément le p_i de la formule (15). Et si l'on appelle H la pression barométrique du moment ($766^{\text{mm}}, 5$) et h_i la colonne mercurielle du manomètre ($13^{\text{mm}}, 81$), on a $p_i = H - h_i$.

De même, p_f c'est la pression correspondante, non pas

à la *deuxième époque*, mais à l'instant de fermeture du robinet, au moment où l'air intérieur a été à la fois comprimé et échauffé jusqu'à reprendre une pression égale à la pression barométrique; on a donc $p_f = H$ (*en supposant que la pression barométrique n'ait pas varié, et que la compression de l'air ait été effectuée adiabatiquement*).

Reste à déterminer le rapport $\frac{v_f}{v_i}$. Le dispositif de Desormes et Clément ne le permettait pas; mais il fournissait une autre donnée, d'où l'on peut déduire ce rapport: c'est la dépression manométrique h_m ($3^{\text{mm}}, 11$), qui correspond à la *deuxième époque*.

En effet, dans l'intervalle qui s'est écoulé entre la fermeture du robinet et la *deuxième époque*, la masse de gaz primitive a subi un refroidissement sans variation de volume, qui a ramené sa température à la valeur initiale t , d'où est résulté la dépression h_m ; donc les paramètres, à cet instant, sont

$$v_f, \dots, t, \dots, p_m = H - h_m$$

(à condition que la pression et la température ambiantes n'aient pas changé depuis le commencement de l'expérience). Si l'on compare l'état initial et ce troisième état, que j'appellerai l'état *auxiliaire*, on voit que leurs paramètres (p_i, t, v_i) et (p_m, v_f, t) déterminent deux points d'une même isotherme. On peut donc écrire, d'après la loi de Mariotte,

$$v_i p_i = v_f p_m, \quad \text{d'où} \quad \frac{v_f}{v_i} = \frac{p_i}{p_m},$$

d'où

$$(30) \quad \gamma = \frac{\log \left(\frac{p_i}{p_f} \right)}{\log \left(\frac{p_i}{p_m} \right)};$$

et, en substituant les données de l'expérience,

$$(30 \text{ bis}) \quad \gamma = \frac{\log \frac{H - h_i}{H}}{\log \frac{H - h_i}{H - h_m}} = \frac{\log \left(1 - \frac{h_i}{H} \right)}{\log \left(\frac{1 - \frac{h_i}{H}}{1 - \frac{h_m}{H}} \right)}.$$

Telle est la véritable formule qui s'applique aux données de l'expérience de Desormes et Clément.

Pour obtenir la formule même adoptée par Laplace et par Poisson, il suffit de développer les logarithmes en série, en supposant les rapports $\frac{h}{H}$ assez petits pour qu'on en puisse négliger les puissances supérieures à la première. Il vient alors

$$(31) \quad \gamma = \frac{h_i}{h_i - h_m},$$

formule qui donne γ directement en fonction des dépressions barométriques observées au cours de l'expérience.

Et si l'on introduit les notations mêmes de Laplace et de Poisson, on a, dans le cas d'une transformation par compression, comme celle même de Desormes et Clément,

$$h_i = P - P' \quad \text{et} \quad h_m = P - P'',$$

d'où

$$\gamma = \frac{P - P'}{P'' - P'};$$

et dans le cas d'une transformation par détente, comme celle de Gay-Lussac,

$$h_i = P' - P, \quad h_m = P'' - P,$$

d'où

$$\gamma = \frac{P' - P}{P'' - P}.$$

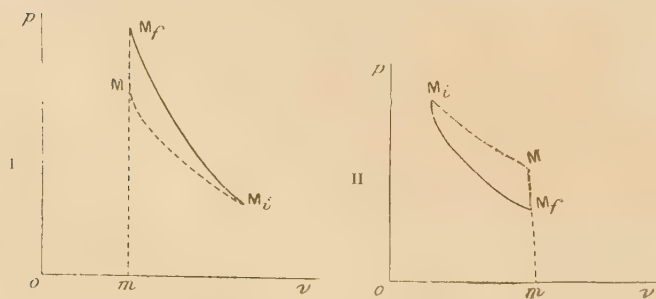
On voit que l'application de cette formule est restreinte au cas de petites dépressions h_i et h_m . De plus, bien que H et t n'y figurent plus, elle suppose implicitement l'invariabilité des conditions de température et de pression pendant toute la durée de l'expérience.

III. *Méthode dite de Clément et Desormes.* — Tel est le principe thermodynamique de la méthode de détermination de γ fondée sur l'expérience de Desormes et Clément et improprement désignée sous le nom de *méthode de Clément et Desormes*. On voit que ce qui la caractérise, ce n'est pas l'emploi de l'une ou l'autre des formules (30 bis) et (31), mais c'est l'artifice expérimental qui permet de substituer une mesure de pression h_m à une mesure de volumes.

Cette transformation *auxiliaire*, qui vient s'ajouter à la transformation principale du gaz, donne une figure particulière au cycle corrélatif de l'expérience : celui-ci est constitué par un arc d'adiabatique suivi d'un segment de droite d'isovolume.

En effet, si l'on opère par aspiration, comme faisaient Desormes et Clément, le point figuratif part du point M_i

Fig. 9.



(fig. 9, I), suit l'arc d'adiabatique $M_i M_f$ (phase de compression), puis descend sur la parallèle Mm à l'axe des p (phase de retour à l'isotherme initiale) et s'arrête en M au

point d'intersection avec l'isotherme M_iM . Si l'on opère par détente, comme Gay-Lussac et la plupart des autres physiciens, le point figuratif part du point M_i (*fig. 9, II*), suit l'arc d'adiabatique M_iM_f , en sens contraire du précédent, puis remonte sur la parallèle mM à l'axe des p jusqu'à ce qu'il rencontre en M l'isotherme du point initial.

Ce cycle est *caractéristique de la méthode* au même titre que l'artifice expérimental de Desormes et Clément. Nous pourrions légitimement rattacher à cette même méthode tous les travaux où l'on retrouve comme principe expérimental ce même cycle de transformation. Et, comme ce sont les plus nombreux et les plus importants, c'est par eux que je commencerai cet Historique, où je ne tiendrai compte de l'ordre chronologique que dans la mesure où il concordera avec l'ordre logique des Mémoires analysés.

IV. *Expériences de C. Assmann.* — Après Gay-Lussac et Welters le premier physicien, à ma connaissance, qui ait employé leur méthode fut C. Assmann ⁽¹⁾. Il publia, en 1852, un important Mémoire, dans lequel, après avoir fait une étude critique des deux méthodes connues de détermination de γ (Clément et Desormes, vitesse du son), il conclut à la nécessité d'en employer une nouvelle. Et il expose, en effet, une méthode fort originale, qui se rattache à l'emploi de l'équation adiabatique et que j'analyserai ci-dessous. Quant à la méthode dite de Clément et Desormes, il en fait lui-même usage en en perfectionnant notablement le dispositif.

Ainsi il comprimait l'air du ballon au moyen d'huile que le piston d'une petite pompe faisait entrer à la fois dans le ballon et dans un tube ouvert servant de mano-

(1) *Ueber Erwärmung und Erhaltung von Gasen durch plötzliche Volumänderung* von C. Assmann (*Annalen der Physik und Chemie*, Band LXXXV; 1852).

mètre; le mouvement du piston était réalisé rapidement par la chute d'un poids; de plus, un robinet réglait les ouvertures de manière que, à l'instant de la compression, le niveau du manomètre restât fixe un moment; il redescendait ensuite progressivement par suite du refroidissement. Malheureusement, il eut la fâcheuse idée de réduire les dimensions du ballon à air, qu'il choisit de 5^{lit} à 6^{lit}. Cette faute expérimentale suffit-elle pour annuler les bons effets des améliorations précédentes? Ou bien celles-ci demeurèrent-elles — comme cela arrive parfois — à l'état de simples indications? Toujours est-il que Assmann n'a pu trouver, par cette méthode, de nombres concordants: ses valeurs de γ varient depuis 1,33 jusqu'à 1,39. Mais il faut noter ses perfectionnements, car ils répondent d'une manière rationnelle aux principaux *desiderata* de l'expérience de Desormes et Clément.

V. *Expériences de Masson*. — Quelques années plus tard, Masson fut amené par ses recherches *Sur la corrélation des propriétés physiques des corps* à s'occuper de la détermination de γ . Il appliqua simultanément la méthode de la vitesse du son, et la méthode de Gay-Lussac, en la perfectionnant par d'autres moyens qu'Assmann (¹).

Comme Gay-Lussac, il opéra par détente, afin d'éviter la rentrée de l'air extérieur dans l'air sec et pur du ballon, et appliqua la formule approchée

$$(31) \quad \frac{C}{c} = \frac{h_i}{h_i - h_m}.$$

Il perfectionna le procédé de Gay-Lussac sur les points suivants :

1° Il prit un ballon de 39^{lit} au lieu de 28^{lit}, 40 : ce qui améliorait l'adiabatisme en accroissant la masse du gaz

(¹) *Sur la corrélation des propriétés physiques des corps* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 3^e série, t. LIII; 1858).

proportionnellement *au cube du rayon*, tandis que la surface de refroidissement ne croissait que proportionnellement *au carré du rayon*.

2° Il maintenait le ballon plongé dans une cuve à eau à température t presque invariable.

3° Le manomètre adapté au ballon était à acide sulfurique, ce qui évitait la projection d'humidité dans le gaz en expérience, et il en relevait les hauteurs au cathétomètre.

4° Enfin, pour s'assurer de la constance de H , il avait la précaution de n'opérer qu'aux moments de la journée où le baromètre passait par un maximum ou par un minimum. D'ailleurs il pouvait constater la plus légère variation dans la pression barométrique, par la variation de force élastique d'un ballon auxiliaire plein d'air, juxtaposé au premier, dans la cuve à température constante.

Masson trouva pour γ les valeurs suivantes :

Air.....	1,4196
Hydrogène.....	1,376
Acide carbonique.....	1,30

VI. *Expériences de Weisbach.* — Un peu plus tard, l'ingénieur Weisbach élargit la méthode en l'appliquant à l'étude de l'écoulement d'un gaz comprimé dans une grande chambre à air. Il partait d'une force élastique quelconque p_i et laissait détendre le gaz jusqu'à une pression finale quelconque p_f ; il évaluait ensuite la troisième pression p_m , correspondant au retour à l'isotherme de l'état initial (¹): on lisait les pressions successives sur un manomètre à air libre à mercure. Le physicien allemand Röntgen, qui a fait une étude critique de ce travail, dit qu'il s'est assuré, en se servant d'un appareil analogue,

(¹) WEISBACH, *Der Civilingenieur, neue Folge*, t. V; 1859.

que la méthode n'est pas bonne. En particulier, la lecture de la pression p_f est très incertaine, à cause des oscillations de la colonne mercurielle. « Aussi la concordance des résultats obtenus, dans deux mesures, avec ceux que l'on admet comme exacts, est probablement accidentelle ⁽¹⁾ ». Le nombre donné pour l'air par cet expérimentateur est 1,4025.

VII. *Expériences de Hirn.* — Vers la même époque, en 1860 et 1861, Hirn fit une série de mesures de γ à propos de la détermination de l'équivalent mécanique de la calorie ⁽²⁾ par la formule dite de Clausius. Il fait remarquer que toute méthode qui fera connaître γ permettra de déterminer J.

Il cite en premier lieu le calcul par la formule de la vitesse du son, et il en déduit les valeurs

$$\gamma = 1,4132 \quad \text{et} \quad J = 423^{\text{kg}}.$$

Cette valeur de J ne lui convenant pas, il se met lui-même à chercher directement par l'expérience une autre valeur de γ plus favorable.

Principe. — Il part de la loi d'expansion adiabatique

$$P = P_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^\gamma \quad \text{ou} \quad P = P_0 \left(\frac{\delta}{\Delta} \right)^\gamma,$$

et il s'en sert en appliquant, de la même façon que Gay-Lussac, c'est-à-dire par détente, le procédé expérimental de Desormes et Clément. Il n'ignore pas les critiques qu'on y a faites; mais il déclare que, malgré cela, il suffit de *bien conduire* l'expérience pour en tirer *des résultats très réguliers et, par suite, utiles*.

Soient $B + h$, B et $B + h'$ les pressions p_i , p_f et p_m de

⁽¹⁾ Dr W.-C. RÖNTGEN, *Poggendorff Annalen*, t. CXLVIII, p. 580.

⁽²⁾ HIRN, *Théorie mécanique de la chaleur*, 1862.

nos formules précédentes; Hirn calculait γ par la formule logarithmique

$$\gamma = \frac{\log \frac{P_f}{P_i}}{\log \frac{P_m}{P_i}} = \frac{\log \frac{B}{B+h}}{\log \frac{B+h'}{B+h}}.$$

Appareil. — Son enceinte adiabatique était un récipient *en cuivre*, de 10^{lit}, surmonté d'un tube vertical de 3^{cm} de diamètre, à bords parfaitement polis et dressés, qu'on pouvait, soit fermer hermétiquement par une soupape à levier, soit ouvrir largement béant. On pouvait comprimer de l'air sec dans le récipient à l'aide d'une pompe foulante, et l'on notait les excès de pression à l'aide d'un manomètre à acide sulfurique. Enfin, on pouvait opérer à une température variable, en disposant tout l'appareil sur une chaudière à eau, qu'on chauffait à volonté.

Résultats. — Une série de quarante expériences lui a donné

$$\gamma = 1,3845,$$

d'où il a déduit

$$J = 441^{\text{kg}},6.$$

Il a trouvé, en outre, que γ est indépendant de la température, au moins depuis 0° jusqu'à 60°.

Critique. — Ces expériences m'ont paru intéressantes, d'abord parce que Hirn était un savant des plus consciencieux, et puis parce qu'il a osé le premier donner une valeur expérimentale de γ , notablement inférieure à celles qu'on déduit de la vitesse du son. Il ajoute même que, si ce nombre est erroné, *il pêche nécessairement par excès* (1).

(1) Il en donne la raison suivante :

« A un point de vue expérimental, — dit-il, — la seule cause qui pourrait le faire pécher en moins serait la fermeture trop rapide de la

Il est vrai qu'il signale une autre cause d'erreur *par défaut* : ce serait l'échauffement du gaz par les parois du récipient, pendant l'écoulement même. Mais comme, en faisant varier la pression initiale de $1^{\text{atm}},6$ à $1^{\text{atm}},1$, γ reste sensiblement le même, il en conclut que la chaleur des parois n'a pas le temps d'agir d'une manière défavorable dans l'un et l'autre cas. J'avoue que cette preuve ne me paraît pas concluante, étant donnés la faible capacité du récipient et ses parois métalliques.

VIII. En 1863, Athanase Dupré ⁽¹⁾, l'un des promoteurs en France de la Théorie mécanique de la chaleur, reprit certaines expériences de Favre et Silbermann ⁽²⁾, dont il signalait le premier les résultats discordants. Il chercha à déterminer, non pas le rapport γ , mais « les variations de température produites dans une masse d'air par un changement de volume ». Mais comme, au lieu de faire des mesures thermométriques, Dupré n'a fait que des mesures de pressions, p_i , p_f et p_m , correspondantes aux phases de l'expérience de Desormes, on pourrait tout aussi bien en déduire des valeurs de γ que d'en déduire, comme il l'a fait, des abaissements de température.

Marche des expériences. — Dans un ballon de 25^{lit}, placé au milieu d'un réservoir d'eau, et dont il avait pris la précaution (la précaution inutile ! à mon avis) d'enduire de cire jaune la paroi intérieure, il comprimait de

soupape, qui ne permettrait pas à l'air de tomber de $B + h$ à B . » Or, en calculant la variation de pression dans son récipient, d'après la formule de la vitesse d'écoulement des gaz (qu'il suppose applicable au cas de ses expériences), il trouve que la pression, pour tomber de $1^{\text{atm}},6$ à 1^{atm} , ne doit mettre que $\frac{1}{50}$ de seconde : or, cette durée est notablement inférieure à celle de l'ouverture de l'orifice de son récipient, qu'il évalue à $\frac{1}{10}$ de seconde.

⁽¹⁾ ATHANASE DUPRÉ, *Sur les variations de température produites dans une masse d'air par un changement de volume* (*Ann. de Chimie et de Physique*, 3^e série, t. LXVII, p. 359; 1863).

⁽²⁾ Voir ci-dessous, Chap. III, p. 120.

l'air à une pression p_1 et à une température t_1 ; puis il le faisait détendre dans l'atmosphère, en ouvrant le robinet du ballon pendant un intervalle de temps qui a varié, dans ses mesures, de *deux secondes* à *dix secondes*; il notait la pression p_2 , puis il laissait réchauffer ce gaz jusqu'à la température initiale t_1 , et à ce moment il notait la pression p_3 .

Le manomètre était constitué par un tube droit placé sur une cuvette à eau très large. L'appareil de compression ou de raréfaction était un simple flacon à eau à deux tubulures.

Calcul des résultats. — Il s'agissait d'évaluer la température t_2 , correspondant à la fin de la période de détente, ou plutôt la variation de température $t_1 - t_2$. Or, en appliquant la loi de Gay-Lussac aux données initiales (t_2, p_2) et finales (t_1, p_3) de la phase de réchauffement, on a immédiatement

$$\frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t_2} = \frac{p_3}{p_2},$$

d'où l'on tire, par un simple calcul de proportions ⁽¹⁾,

$$t_1 - t_2 = \frac{1 + \alpha t_1}{\alpha} \frac{p_3 - p_2}{p_3} = \delta.$$

Dans ses Tableaux d'expériences on voit, à côté de la colonne des δ *observés* (ce sont les nombres précédents) une colonne des δ *calculés*. Voici comment il les obtenait.

Il prenait les deux formules de Poisson (14 bis) et

(1) C'est ainsi que, dans une série d'expériences qu'il cite, il a trouvé les abaissements de température

$$5^{\circ},49, \quad 3^{\circ},40, \quad 1^{\circ},82$$

qui correspondent à des détentes (évaluées en millimètres d'eau de

(16 *ter*) et il en déduisait la formule, immédiatement calculable (¹),

$$(K-1) \log \frac{D_1}{D_2} = \log \frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t_2},$$

D_1 et D_2 étant les densités correspondant aux pressions p_1 et p_2 . En se donnant K , il pouvait calculer $(t_1 - t_2)$.

Résultats. — Il a trouvé ainsi

$$5^{\circ}, 38, \quad 3^{\circ}, 42, \quad 1^{\circ}, 66,$$

(¹) Ces deux formules sont

$$(14 \text{ bis}) \quad p = P \left(\frac{\rho}{D} \right)^K,$$

$$(16 \text{ ter}) \quad \theta = 266^{\circ}, 7 \left[\left(\frac{V}{v} \right)^{K-1} - 1 \right]$$

(p , ρ ou v et P , D ou V étant les paramètres correspondants).

D'une part, en appliquant l'équation (16 *ter*) à deux états V_1 , V_2 , et posant $266,7 = \frac{1}{\alpha}$, on a

$$\frac{1 + \alpha \theta_1}{1 + \alpha \theta_2} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{K-1}.$$

D'autre part, en transformant l'équation (14 *bis*) (ou bien en appliquant directement l'équation de Laplace), on a

$$\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^K = \frac{p_2}{p_1}, \quad \text{d'où} \quad \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{K-1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{K-1}{K}},$$

ce qui donne

$$\frac{1 + \alpha \theta_1}{1 + \alpha \theta_2} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{K-1}{K}}$$

ou, en passant aux logarithmes,

$$\frac{K-1}{K} \log \frac{p_2}{p_1} = \log \frac{1 + \alpha \theta_1}{1 + \alpha \theta_2}.$$

Enfin, on déduit immédiatement de l'équation (14 *bis*)

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^K \quad \text{d'où} \quad \log \frac{p_2}{p_1} = K \log \frac{D_2}{D_1}.$$

En faisant les substitutions convenables, on retrouve l'équation d'Athanasase Dupré.

dont l'écart, par rapport aux variations observées, va de $\frac{1}{170}$ à $\frac{1}{12}$ (1).

La concordance des variations de températures, observées et calculées, lui paraît très satisfaisante. Il en conclut que « l'exactitude de la formule de Poisson est complètement mise hors de doute pour les variations de pression employées ».

On devrait en conclure aussi logiquement une confirmation de la valeur de K (ou γ) qu'il a employée dans ses calculs. Voici comment il l'avait choisie. D'abord, de la formule

$$J = \frac{R}{C - c},$$

il déduisait une première valeur de K en y substituant les données expérimentales admises de son temps. C'était l'époque où le nombre 437 était, — si j'ose dire, — « à la mode », pour l'équivalent mécanique de la calorie. Du reste, Dupré affirme avoir « démontré l'exactitude de ce nombre dans ses précédents Mémoires ». Ce nombre 437 introduit dans la formule lui donnait

$$K = 1,39335.$$

D'autre part, les récentes recherches de Masson avaient donné 1,41. Dupré adopta un nombre moyen : 1,40.

Critique. — La concordance des abaissments δ , calculés à l'aide de cette valeur 1,40, avec les abaissments δ , observés directement, me paraît être fâcheuse pour le nom-

(1)

Expérience du 31 mai 1862.

Le bain est à 18° et la pression atmosphérique est 10348.

N° des expér.	Durée de la détente.	Ascension en z°.	p_1 .	p_2 .	p_3 .	δ		Diff.	Diff. relative
						observé.	calculé.		
1 ...	10 ^s	30 ^{mm}	11712	10058	10500,5	12°, 24	12°, 41	—0,17	$\frac{1}{23}$
2 ...	10 ^s	39 ^{mm}	11683,5	10078	10496	11°, 71	12°, 19	—0,48	$\frac{1}{22}$

G. M.

bre 1,40; car ces valeurs *observées* ne peuvent qu'inspirer une médiocre confiance. Étant donné, en effet, que les phases de détente ont duré *de deux secondes à dix secondes*, il ne me semble pas qu'il ait pu exister une transformation adiabatique dans de pareilles conditions ⁽¹⁾.

IX. *Expériences de Tresca et Laboulaye.* — Peu de temps après, Tresca et Laboulaye exécutaient, au Conservatoire des Arts et Métiers, des expériences de détente de gaz, analogues à celles de A. Dupré, mais de proportions beaucoup plus vastes ⁽²⁾.

Principe. — Leur objet était différent : c'était la détermination directe de l'équivalent mécanique de la chaleur; mais la manière d'opérer était la même : ils déterminaient directement l'abaissement de température corrélatif d'une détente donnée, et, à l'aide de cette donnée, ils calculaient J par une formule analogue à celle de Clausius.

Chaque opération comportait les deux phases de l'expérience de Desormes : 1° détente adiabatique avec refroidissement depuis la pression initiale p_i jusqu'à la pression finale p_f ; 2° réchauffement de la masse jusqu'au rétablissement de la température initiale et détermination de la pression p_m correspondante à l'équilibre.

Appareil. — Il y a dans leur appareil deux idées importantes à signaler : 1° d'abord l'emploi d'une *vaste*

⁽¹⁾ Il est vrai que A. Dupré faisait une correction de température pour diminuer l'erreur due au réchauffement, inévitable pendant une détente aussi longue.

Il observait, après la fermeture du robinet, l'accroissement de pression qui accompagnait le réchauffement du gaz, il prenait le quart de l'accroissement mesuré pendant les *deux* premières secondes, il multipliait ce nombre par la durée de la phase précédente de détente, et il retranchait ce produit de la pression observée p_s .

On voit que cette correction était *au moins aussi incertaine* que la mesure même qu'il s'agissait de corriger.

⁽²⁾ *Recherches expérimentales sur l'équivalent mécanique de la chaleur*, par MM. Tresca et Ch. Laboulaye (Mémoire lu à l'Académie des Sciences le 13 février 1865).

enceinte adiabatique : c'était une chaudière métallique d'une capacité de 3^m; 2° l'emploi d'un manomètre à mercure enregistreur. Un flotteur équilibré par un contre-poids, et muni d'un style horizontal, était disposé de manière à obéir à toutes les variations de la colonne de mercure d'un manomètre ordinaire qui était en communication permanente avec l'enceinte à gaz; en faisant passer, à l'aide d'un moteur chronométrique, une plaque de verre enduite de noir de fumée devant la pointe du style, on pouvait tracer, pendant chaque expérience, le diagramme des variations de pressions successives de la masse d'air.

Résultat. — Le nombre trouvé pour J n'a jamais été inférieur à 453^{kgm} (avec $C = 0,237$). Ce nombre, étant porté dans la formule de Clausius, donne pour γ la valeur de Gay-Lussac, 1,372. On pourrait déduire également une valeur de γ des valeurs d'abaissements de températures.

Critique. — La durée de la détente était environ de cinq secondes; celle du réchauffement de six à huit minutes. Ce sont ces longues durées, surtout la première, qui ont faussé les résultats, à cause de l'influence thermique des parois. Les auteurs faisaient, il est vrai, des corrections de température, mais qui sont pénibles et incertaines, et qui s'élèvent à $\frac{4}{15}$ de la valeur à mesurer. Ces expériences n'étaient donc pas un progrès sur celles de Cazin, publiées trois ans auparavant.

X. *Expériences de A. Cazin (premier Mémoire).* — Le travail le plus important qui ait été fait en France sur la question est dû à Cazin (1). L'objet en était beaucoup plus général que les travaux antérieurs, mais il avait pour

(1) *Essai sur la détente et la compression des gaz sans variation de chaleur*, par A. Cazin (*Annales de Chimie et de Physique*, 3^e série, t. LXVI; 1862).

conséquence immédiate la détermination de γ dans des circonstances variées de température et de pression.

1° *Objet du Mémoire.* — Voici le problème que s'était posé Cazin :

Étant donnée une masse de gaz, définie par sa force élastique p et sa masse spécifique ρ (et sa température t qui est égale à la température ambiante), on lui fait subir un écoulement adiabatique : quelle relation mathématique existe-t-il entre p et ρ , à un instant quelconque de la transformation ?

L'auteur ne tient nul compte *a priori* des idées théoriques que résume l'équation de Laplace, et il cherche à déterminer uniquement par l'expérience la loi de détente ou de compression adiabatique, soit sous la forme algébrique $f(p, \rho) = 0$, soit sous la forme graphique.

2° *Principe de la méthode et de l'appareil.* — Malgré une apparente complexité, la méthode de Cazin est identique en principe à la méthode dite de Clément et Desormes : elle consiste à partir d'un état initial bien défini (p_i, ρ_i, t_i) du gaz et à déterminer successivement un point de l'adiabatique (p_f, ρ_f, t_f), puis un point de l'isotherme (p_m, ρ_f, t_i) qui passent par le point initial. Quant à l'appareil lui-même, ce n'est pas autre chose qu'un grand ballon de Desormes perfectionné.

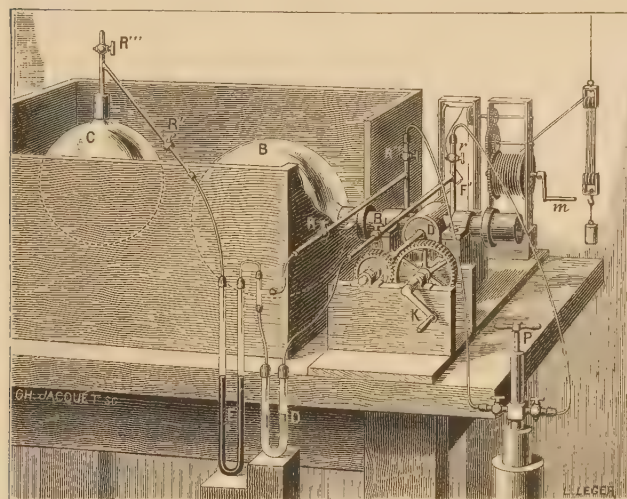
3° *Description de l'appareil.* — L'*enceinte adiabatique* est un ballon en verre B (*fig. 10*), de grande capacité suivant les indications de Masson : il avait 60^{lit} ; il était placé dans une grande caisse en bois remplie de sciure de bois, de manière à être bien isolé au point de vue thermique.

Le *robinet* D, vissé sur une douille en cuivre adaptée au col du ballon, étant très gros, avait été percé d'un large canal de 4^{cm} de diamètre. On le manœuvrait par l'intermédiaire d'un engrenage à pignon établi dans des conditions telles qu'un faible déplacement de la manivelle K le

faisait tourner d'un demi-tour. On pouvait, paraît-il, par ce dispositif, réduire la durée de l'ouverture jusqu'à $\frac{3}{100}$ de seconde, au besoin ⁽¹⁾.

Le manomètre E est formé d'un tube à deux branches, dont l'une communique à la fois avec le ballon B et une

Fig. 10



pompe à main, et dont l'autre branche pouvait communiquer soit directement avec l'atmosphère, soit avec un deuxième ballon C, juxtaposé au ballon B dans la grande caisse à température constante. Cette sorte d'*enceinte de garde* C servait, comme dans les expériences de Masson,

(¹) Un crayon enregistreur, fixé au robinet, parallèlement à son axe, traçait une courbe sur une feuille de papier F qu'un moteur à poids faisait tourner sans fin, entre deux cylindres horizontaux, dans un sens perpendiculaire à la pointe. Si la bande faisait N tours en t secondes, si la longueur totale déroulée était L, la durée θ qui correspondait à une longueur l de courbe tracée par le crayon était évidemment donnée par la formule

$$\theta = \frac{l}{LN} t.$$

soit à garder la pression atmosphérique initiale, soit à en indiquer les variations.

4° *Marche d'une expérience.* — Le ballon B a été rempli de gaz sec et pur, avec un excès de pression h_i sur la pression atmosphérique du moment.

L'excès h_i est indiqué par le manomètre E, et la pression atmosphérique H par un baromètre de Fortin, préalablement comparé au baromètre normal. Au moment de la lecture de H, on interrompt la communication du ballon C avec l'atmosphère, de manière à y conserver la pression initiale H.

On ouvre alors le robinet pendant un temps θ , qui est marqué par l'enregistreur, et qu'on suppose assez long pour que la détente soit *complète*, c'est-à-dire pour que l'excès initial h_i descende jusqu'à zéro, comme dans l'expérience de Desormes.

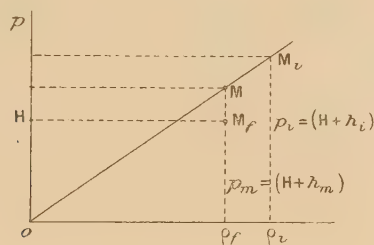
Un quart d'heure après la fermeture, — intervalle de temps suffisant pour que l'enceinte B ait repris la température initiale, — on mesure l'excès actuel de pression h_m sur la pression en C, ce qui élimine l'influence des variations possibles de la pression barométrique.

Ces seules mesures H, h_i et h_m suffisent pour déterminer un point de la courbe qu'il s'agit d'établir entre les états successifs de la détente adiabatique.

5° *Calcul des résultats.* — On a la pression initiale p_i (égale à $H + h_i$) et la densité initiale ρ_i (égale à $\frac{1}{v_i}$, v_i étant le volume spécifique initial). On a de même, à la fin de la détente adiabatique, la pression finale p_f (égale à H) : reste à trouver la densité finale ρ_f . C'est le problème que nous avons déjà résolu pour V_f dans les expériences précédentes. Cazin l'a résolu de la même manière, mais plus simplement, grâce au choix du système de coordonnées (p, ρ), qui réduit la ligne isotherme à une droite telle que OM_i passant par l'origine ($p = C\rho$, *fig. 11*).

Calcul de ρ_f . — Soit OM_i l'isotherme du point initial $M_i(p_i, \rho_i, t_i)$. Le point M_f , qui figure l'état final de la phase adiabatique, a pour coordonnées $p = H$ et $\rho = \rho_f$: donc il est sur la parallèle à l'axe des ρ , $p = H$. De plus, pendant la phase de réchauffement, le volume du gaz res-

Fig. 11.



tant invariable, la coordonnée ρ_f ne doit pas changer, elle est la même que la coordonnée ρ_m de l'état définitif M. Or, ce point M appartient, d'une part, à l'isotherme $OM_i(t_i)$ et, d'autre part, à la ligne d'isopression $p = p_m = H + h_m$; il est donc à l'intersection de ces deux droites; donc enfin, le point cherché M_f est lui-même à l'intersection de l'ordonnée du point M et de la ligne d'isopression $p_f = H$.

5° *Calcul de la valeur numérique de ρ_f .* — On voit que cette construction graphique revient à calculer ρ_f en écrivant que les points M_i et M appartiennent à la même isotherme, c'est-à-dire que les paramètres p_i, ρ_i d'une part et p_f, ρ_f (ou ρ_m) d'autre part, sont liés par la loi de Mariotte (1). On a d'abord

$$\frac{p_i}{\rho_i} = \frac{p_m}{\rho_f};$$

et, en remplaçant p_i et p_m par leurs valeurs expérimen-

(1) C'est le même calcul que j'ai fait précédemment dans l'interprétation thermodynamique de l'expérience de Desormes et Clément.

tales $H + h_i$ et $H + h_m$

$$\frac{H + h_i}{\rho_i} = \frac{H + h_m}{\rho_f} = \frac{h_i - h_m}{\rho_i - \rho_f},$$

d'où

$$\rho_f = \rho_i \frac{H + h_m}{H + h_i}.$$

6° *Calcul de la loi expérimentale de détente adiabatique.* — On peut écrire autrement l'équation qui donne ρ_f . On a, en divisant et multipliant par h_i le deuxième membre,

$$\frac{H + h_i}{\rho_i} = \frac{h_i - h_m}{h_i} \times \frac{h_i}{\rho_i - \rho_f}.$$

Supposons qu'il s'agisse de deux points très voisins, de manière qu'on puisse traduire cette équation en écriture différentielle. Nous poserons (en supprimant les indices i et f et en négligeant les infiniment petits du deuxième ordre)

$$\frac{p}{\rho} = \frac{dp}{d\rho} \frac{h_i - h_m}{h_i} \quad \text{ou} \quad \frac{dp}{p} = \frac{d\rho}{\rho} \frac{h_i}{h_i - h_m}.$$

Supposons, dans le cas général, que le rapport $\frac{h_i}{h_i - h_m}$ soit une fonction de p et de ρ , on aurait alors l'équation

$$\frac{dp}{p} - \frac{d\rho}{\rho} \varphi(p, \rho) = 0 :$$

ce serait l'équation différentielle de la courbe cherchée.

7° *Résultats.* — Or, Cazin a constaté que, dans certaines limites, *pourvu que l'excès initial reste assez petit*, le rapport $\frac{h_i}{h_i - h_m}$ — qu'il appelle *coefficient de détente* — est sensiblement constant, c'est-à-dire indépendant de la pression et même de la température. Dans ce cas, en posant

$$\frac{h_i}{h_i - h_m} = m, \quad \text{et} \quad \rho = \frac{1}{v}, \quad \text{d'où} \quad \frac{d\rho}{\rho} = - \frac{dv}{v},$$

l'équation différentielle précédente devient

$$\frac{dp}{p} + m \frac{dv}{v} = 0 :$$

c'est l'équation différentielle adiabatique. On en déduit

$$p = A \rho^m \quad \text{ou} \quad p v^m = \text{const.} :$$

c'est l'équation de Laplace. Donc :

« Pour de petits excès de pression (¹), la loi de détente adiabatique, déterminée expérimentalement par points, est identique à la loi calculée par Laplace, et la constante m représente la valeur de γ . »

Elle est égale, pour l'air, à 1,41 : il la calculait à l'aide de la formule logarithmique déduite de la loi de détente.

$$m = \frac{\log p_f - \log p_i}{\log \rho_f - \log \rho_i}.$$

Mais la constance de m ne se maintient pas pour des excès un peu grands. On voit en effet, dans les neuf premières séries les valeurs de m décroissantes

1,42 1,42 1,40 1,39 1,38

qui correspondent aux excès successifs (en millimètres de mercure)

5 18 90 150 300

De là Cazin tire la conclusion suivante :

« Lorsqu'un gaz sort d'un réservoir dans l'atmosphère par un large orifice, en vertu d'un excès de pression compris entre 20^{mm} et 300^{mm} de mercure, et *adiabatiquement*, la relation qui existe entre la force élastique p et la masse spécifique ρ du gaz inté-

(¹) Au-dessous de 20^{mm} de mercure.

rieur ne saurait être de la forme

$$p = A \rho^m \text{ (ou } p \rho^m = A),$$

A et m étant deux constantes; ρ *décroît plus rapidement*.

8° *Détente oscillante et détente continue.* — La partie la plus originale du Mémoire, c'est l'étude de ce que Cazin a appelé la *détente oscillante*.

Il est nécessaire, pour que la construction graphique du point M_f et le calcul de la valeur de ρ_f soient légitimes, que la détente ait été *complète* au moment précis de la fermeture du robinet. En effet, si l'on a fermé trop tôt, le gaz restant avait une force élastique H' supérieure à H , et l'excès final h_m , après la période de réchauffement, aura été nécessairement trop fort. Si, au contraire, on a fermé trop tard, l'effet inverse sera produit, et l'excès h_m aura été trop faible. Car, pendant le temps qui s'est écoulé entre la fin réelle de la phase adiabatique et la fermeture, le réchauffement ayant commencé, le bénéfice de surpression qui en résulte pour le gaz s'est trouvé perdu par suite de sa libre communication avec l'atmosphère extérieure. En résumé, l'excès de pression final h_m doit être considéré comme une fonction de la durée θ de l'ouverture du robinet

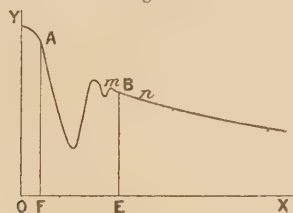
$$h_m = \psi(\theta).$$

Cette fonction $\psi(\theta)$ peut varier d'une manière continue, lorsque θ croît, ou bien présenter une série continue de maxima et de minima aboutissant à une même valeur moyenne. Dans le premier cas, la détente du gaz est dite *continue*; dans le deuxième cas, la détente est *oscillante*.

Cazin étudia cette fonction de la manière suivante. Il portait les durées θ en abscisses, et il portait en ordonnées les valeurs de $\frac{h_m}{h_i}$, successivement déterminées par l'expérience. Il a obtenu deux formes de courbes représentées

ci-joint (*fig. 12*). Dans le cas des petits excès, et c'est celui qui nous intéresse le plus, puisque c'est le seul où, d'après Cazin, la loi de détente soit représentée par l'équation de Laplace, la courbe des points $\frac{h_m}{h}$ se compose de deux branches AB et BC, dont la première AB offre une série

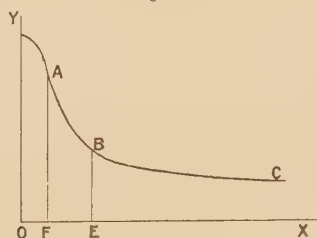
Fig. 12.



de sinuosités avant le point B. C'est ce point d'intersection des deux branches que Cazin déterminait avec soin; et de l'ordonnée de ce point il déduisait la véritable valeur de h_m , c'est-à-dire celle qui correspondait à un écoulement complet (p devenu égal à H).

Dans le cas où l'on opère avec un excès de pression h_i assez grand, la courbe (*fig. 13*) se compose encore de deux

Fig. 13.



branches AB et BC, bien distinctes; mais la branche BC ne présente pas de sinuosités, et la branche AB s'abaisse rapidement depuis $AF = 1$ jusqu'à BE. On prend encore le point de raccordement des deux branches pour fixer les coordonnées de l'état final (H, ρ_f).

« Il est aisé, dit l'auteur, à l'inspection de la courbe tracée avec un grand nombre d'expériences, de reconnaître en quels points m , n se trouve le point cherché. » Or, *c'est précisément ce qui est très contestable et ce qui est le point faible de la méthode.*

9° *Autres expériences de Cazin.* — Cazin a fait une autre série en effectuant la détente du ballon B non plus dans l'atmosphère directement, mais dans le deuxième ballon C. Il supprimait ainsi deux inconvénients de son premier mode d'opération : le premier, c'est que, lorsque h_i est assez faible, il y a rentrée de l'air extérieur pendant la période des oscillations ; le deuxième inconvénient, c'est qu'on est obligé, dans le premier mode, de renouveler le gaz après chaque expérience, afin de produire l'excès de pression initial. Dans ce deuxième mode d'opération, au contraire, on peut effectuer un grand nombre d'expériences avec la même quantité de gaz.

Cazin a également étudié l'influence du diamètre de l'ouverture du robinet sur la détente. Il donnait à l'ouverture la forme de guillotine dont les deux côtés en V pouvaient, en se rapprochant plus ou moins, réaliser des orifices carrés de superficies variables et faciles à calculer.

Il a fait également une série d'expériences, en prenant pour température de l'expérience h_i celle de la vapeur d'eau bouillante. Le ballon de verre était remplacé par « un cylindre en zinc très fort, à double enveloppe, consolidé à l'intérieur par des cercles de fer pour qu'on y pût faire le vide, et ayant une capacité de 30^{lit} ». On maintenait le gaz intérieur à la température de 100° en faisant circuler de la vapeur d'eau bouillante dans la double enveloppe. Il conclut de cette série d'expériences que :

« Entre les températures 0° et 100°, la loi de détente des gaz, sans échange de chaleur, est indépendante de la température. »

Il fit également varier la nature du gaz, et il conclut que :

« L'air, les gaz simples et l'oxyde de carbone ont le même coefficient de détente. »

XI. *Expériences de A. Cazin (deuxième Mémoire).*

— Cazin n'avait pu faire varier la pression, dans ses premières expériences, qu'entre $0^{\text{atm}},5$ et $1^{\text{atm}},5$. Il les reprit quelques années plus tard avec un appareil, perfectionné à ce point de vue, qui lui permit d'aller jusqu'à 9 atmosphères (¹).

Ce nouvel appareil différait du précédent surtout par la dimension des réservoirs, et aussi par quelques modifications de détail. L'un des réservoirs A, en laiton, avait une capacité de $29^{\text{lit}},128$; l'autre, B, en tôle, avait 250^{lit} ; ils étaient réunis par un gros tube à robinet de laiton, dont l'ouverture avait $0^{\text{m}},04$ de diamètre. Ils communiquaient l'un et l'autre avec les deux branches d'un tube en U, contenant de l'huile, afin qu'on pût évaluer de faibles différences de pression; l'un d'eux, en outre, était muni d'un manomètre à air libre pouvant mesurer jusqu'à 10 atmosphères. C'était entre les deux réservoirs, et non dans l'atmosphère, que s'effectuait l'écoulement du gaz et, pour cela, une pompe à gaz, mue à l'aide d'un moteur Hugon de 0,5 cheval-vapeur permettait de puiser le gaz en A pour le refouler en B, ou inversement; car on établissait la surpression dans l'un et dans l'autre alternativement, afin d'éviter l'erreur qui aurait pu résulter de l'inégalité de leurs températures.

La méthode employée est exactement la même que dans le travail précédent. L'auteur insiste sur ce fait qu'elle consiste d'abord en l'application « du procédé

(¹) ACHILLE CAZIN, *Mémoire sur la détente des gaz*. Mémoire présenté à l'Académie des Sciences le 9 août 1869 (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 4^e série, t. XX).

expérimental de Clément et Desormes » et puis du procédé nouveau qu'il a inauguré « pour mesurer, à une époque déterminée, une grandeur qui varie rapidement » et dont il donne un énoncé général :

« Lorsque, dans un phénomène passager, une quantité passe, à une époque inconnue, par une valeur assignée d'avance, et qu'on a besoin de déterminer à cet instant une fonction de cette quantité, si l'on peut mesurer à diverses époques connues cette fonction, on tracera une courbe ayant pour abscisses les temps observés et pour ordonnées les valeurs correspondantes de cette fonction et l'on cherchera à déterminer sur cette courbe la valeur de la fonction à l'époque considérée. »

Cazin a appliqué cette méthode dans deux circonstances :

1° *La différence des pressions* ($p_1 - p_2$) (ou $p_i - p_f$) *est comprise entre* $0^{\text{atm}}, 5$ *et* $4^{\text{atm}}, 5$. Il cherche à déterminer le *coefficient de détente* m à diverses pressions : tel est l'objet de la première Partie de ce Mémoire ;

2° *La différence* ($p_1 - p_2$) *est grande, elle s'élève jusqu'à* 9^{atm} . Il détermine alors les états d'une masse gazeuse au commencement et à la fin de la détente, en faisant varier soit p_1 soit p_2 : tel est l'objet de la seconde Partie du Mémoire.

Les conclusions de la première Partie sont conformes à celles du Mémoire de 1862 : le coefficient de détente ne varie pas sensiblement — (à peine de $\frac{1}{130}$ de sa valeur) — lorsque le gaz se détend, sans vitesse et sans variation de chaleur, entre 5^{atm} et $0^{\text{atm}}, 5$. La valeur trouvée est 1,407 au lieu de 1,41 ; mais ce dernier nombre lui paraît plus probable.

« Le problème théorique auquel se rapportent ces expériences est celui d'une détente infiniment lente, dans un espace imperméable à la chaleur, la force élastique étant infiniment peu supérieure à la pression extérieure qu'elle surmonte : c'est le cas d'une *transformation réversible*. Elle peut alors être représen-

tée par la courbe en $p\nu$, que Rankine a appelée *ligne adiabatique* et qui a pour équation l'équation même de Laplace

$$p\nu^\gamma = \text{const.}$$

γ étant identique à m . »

Les conclusions de la seconde Partie sont également conformes aux résultats de 1862 : la détente adiabatique d'un gaz qui se précipite d'un réservoir dans un autre, en vertu d'un grand excès de pression, ne suit pas la loi de Laplace ; ce cas correspond à celui d'une *transformation non réversible*. Cazin attribue l'écart non pas à l'action thermique des parois, ni au travail interne des gaz réels, mais à une sorte de viscosité des gaz, d'où résulterait un entraînement de la masse gazeuse interne par la masse gazeuse projetée au dehors par l'effet du grand excès de pression. Ces effets seraient de même ordre que ceux observés par Regnault dans ses expériences sur la propagation des ondes sonores.

XII. *Expériences de F. Kohlrausch*. — F. Kohlrausch ⁽¹⁾ publia à Göttingue, en 1869, un travail très intéressant, non par ses résultats numériques, qui sont notablement trop faibles, mais par la transition qu'il établit entre les recherches de Ath. Dupré et de Tresca, et celles du Dr Röntgen.

Principe de la méthode. — La méthode expérimentale se rattache directement à l'expérience de Desormes et Clément : elle comprend une phase adiabatique suivie d'une phase de retour à l'isotherme de l'état initial.

De même que Dupré, Kohlrausch substitue une pression quelconque p_f , comme pression finale de la phase adiabatique, à la pression extérieure H , si difficile, comme l'avait

⁽¹⁾ F. KOHLRAUSCH, *Recherches sur la chaleur spécifique de l'air à volume constant exécutées à l'aide du baromètre métallique* (*Annalen der Physik und Chemie*, t. CXXXVI, 1869).

montré Cazin, à atteindre avec certitude. De même que Dupré, il mesure cette pression finale p_f à l'aide d'un manomètre spécial, mais il cherche à améliorer la mesure en employant un manomètre métallique, à la place d'un manomètre à eau : il évite ainsi les oscillations des colonnes liquides qui se produiraient au moment de la réalisation brusque de cette pression finale.

Enfin, il emploie, comme Dupré, une méthode empirique de correction pour évaluer la diminution que la pression p_f subit du fait du réchauffement du gaz, pendant la durée de la transformation adiabatique ; et cette méthode lui sert ensuite à déterminer p_f avec précision.

Nous retrouverons ces trois idées dans le grand Mémoire de Röntgen (1873) qui fait autorité sur la question en Allemagne.

Appareil et expérience. — Le dispositif expérimental de Kohlrausch n'était pas heureusement choisi. Il remplaçait le gros ballon de Desormes par un récipient de 6^{lit}, qu'il plaçait sur la platine d'une machine pneumatique, après y avoir introduit un baromètre métallique « de Paris », et l'avoir rempli d'air « desséché au chlorure de calcium ». Voici comment il opérait.

Partant d'une pression initiale p_i (égale à la pression extérieure H), il amenait l'air du récipient, par une rapide manœuvre de la pompe pneumatique, à une pression inférieure p_f , qu'il s'agissait de déterminer. La durée de cette phase de raréfaction, qu'on supposait *adiabatique*, avait duré 0^s,75.

Malheureusement, la détermination directe et immédiate de la pression finale était impossible ; car l'index du baromètre subissait une brusque lancée dans le sens des pressions décroissantes, au moment de la raréfaction, puis il revenait en sens contraire, après quelques oscillations (par suite du réchauffement), d'abord rapidement, puis assez lentement ; de sorte que l'on ne pouvait en observer

la marche qu'au bout de deux secondes. Un aide notait alors les temps pendant qu'un autre notait les positions successives. Au bout de soixante secondes, l'index était revenu à une position d'équilibre, parce que l'air intérieur avait repris la température ambiante; on notait alors, à loisir, la pression statique correspondante; c'était la pression p_m . Kohlrausch avait tout ce qu'il lui fallait pour établir une formule de correction, à savoir un Tableau à deux colonnes, l'une contenant les temps t et l'autre les indications y de l'index, lesquelles expriment à chaque instant la différence entre la pression actuelle et la pression initiale.

Calcul de la pression p_f . — Soit y l'indication de l'aiguille, au temps t ; pendant un temps dt la masse d'air du récipient a reçu une quantité de chaleur proportionnelle à la différence des températures de l'extérieur et du récipient et il en résulte une variation de pression dy qui est proportionnelle à cette différence de températures, ou bien à la différence y de la pression actuelle avec la pression initiale. On a donc

$$\frac{dy}{dt} = -Ay \quad \text{ou} \quad \frac{dy}{y} = -A dt$$

(A étant une constante), d'où l'on tire

$$\log y = \log C - At \quad \text{ou bien} \quad y = Ce^{-At}.$$

À l'aide des nombres du Tableau, on déterminait les deux constantes, à savoir

$$C = 11,41 \quad \text{et} \quad A = 0,1877.$$

La formule de correction était donc

$$y = 11,41 e^{-0,1877t}.$$

On pouvait en déduire immédiatement la pression p_f ,
G. M. 11

ou du moins l'abaissement de pression γ_f à l'instant de la fermeture du robinet du récipient, c'est-à-dire à la fin de la phase adiabatique : c'était la valeur de γ correspondant au temps 0,75. On avait, en faisant $t=0,75$ dans la formule

$$\gamma_f = 9,912.$$

Mais cette évaluation était inexacte, par suite de l'augmentation de pression due au réchauffement continu du gaz pendant la durée de la phase de raréfaction.

Kohlrausch calculait l'erreur, en prenant la vitesse de variation de pression, d'abord au temps 0, à savoir

$$\left(\frac{d\gamma}{dt}\right)_0 = -0,$$

et puis au temps 0,75, à savoir

$$\left(\frac{d\gamma}{dt}\right)_{0,75} = -1,860.$$

En faisant la moyenne, pour avoir la vitesse moyenne de variation de pression (due au réchauffement pendant la phase adiabatique), il avait

$$\frac{d\gamma}{dt} = -0,930.$$

La variation de la pression due au réchauffement, pendant la durée de la phase de raréfaction, avait donc été

$$-0,75 \times 0,930 = -0,698^{\text{mm}}.$$

Par conséquent, la véritable diminution de pression γ_f , due au refroidissement, était

$$\gamma_f = 9,912 + 0,698 = 10,610^{\text{mm}}.$$

Ayant ainsi déterminé les pressions p_i (égale à H) et p_m (égale à $H - \gamma_m$) et calculé la pression p_f (égale à

H — γ_f), Kohlrausch les portait dans la formule logarithmique

$$(15) \quad K = \frac{\log p_i - \log p_f}{\log p_i - \log p_m},$$

ou plutôt, dans une formule d'approximation,

$$K = 1 + \frac{p_i - p_m}{\gamma_f} \frac{p_i}{p_m}$$

(qu'il calculait en faisant la substitution algébrique de $\frac{x - \gamma}{\gamma}$ à $\log \frac{x}{\gamma}$).

Résultats. — Le résultat de ces mesures, malgré les corrections (ou peut-être à cause d'elles), a été pour l'air

$$K \text{ ou } \gamma = 1,302.$$

Tous les expérimentateurs antérieurs avaient trouvé des nombres voisins de 1,41. Kohlrausch n'a pas donné la raison de cet écart; il ne l'a même pas cherchée. Il s'est contenté de faire remarquer que pour que le nombre K déduit de ses expériences fût égal à 1,41, il faudrait que la différence de pressions γ_f fût égale à 14^{mm} au lieu de 10^{mm}, « ce qui était impossible ».

XIII. *Expériences du Dr W.-C. Röntgen (premier Mémoire).* — C'est alors que Röntgen, sur les conseils de Kundt, essaya d'éclaircir ce point par une première série de recherches qu'il fit à Zurich et qu'il publia en 1870 (1). Il employa d'abord le même dispositif que Kohlrausch, en le modifiant seulement de manière à le rendre plus commode et à permettre d'opérer par détente aussi bien que par aspiration. Au lieu d'un « baromètre de Paris », il plaçait sous la cloche, servant d'enceinte adiabatique,

(1) *Sur la détermination du rapport des chaleurs spécifiques de l'air*; par le Dr W.-C. Röntgen aus Holland (*Ann. der Phys. und Chem.*, t. CXLI, 1870).

« un excellent baromètre du constructeur Goldschmidt de Zurich ». D'ailleurs, en graduant cet « excellent baromètre », de 5^{mm} en 5^{mm}, par comparaison au baromètre à mercure, il remarqua « la nécessité de faire cette comparaison avant chaque série d'expériences (1) ».

La marche générale des expériences était la même, sauf que Röntgen lisait directement la pression p_2 (ou p_f) aussi bien que les pressions p_1 (ou p_i) et p_3 (ou p_m). L'observation du baromètre, de seconde en seconde, entre la pression p_2 et la pression p_3 , lui servait à établir une formule de correction par laquelle il tenait compte de la variation de pression due au réchauffement.

Résultats. — Röntgen a ainsi réalisé soixante expériences : la durée de la phase adiabatique ayant varié depuis 0,17 seconde jusqu'à 0,32 seconde, et la variation de pression adiabatique depuis 34^{mm} de mercure jusqu'à 56^{mm}, la valeur trouvée pour K (ou γ) a varié depuis 1,290 jusqu'à 1,370. Il en a conclu qu'il n'était pas possible de faire des expériences concordantes en se servant d'un baromètre métallique, non seulement à cause de la variation continue de la réaction élastique du métal, pendant les expériences, mais à cause du refroidissement considérable provoqué dans le gaz en transformation par l'influence de la masse métallique de l'instrument.

Dans une deuxième série d'expériences, faites avec le même dispositif général, Röntgen substitua au baromètre de Goldschmidt, une plaque métallique manométrique, qui devait lui servir ultérieurement dans ses expériences défi-

(1) Cette remarque me semble diminuer beaucoup la confiance que l'on peut accorder aux observations manométriques faites avec des plaques métalliques; car elle prouve que ces plaques sont le siège de réactions élastiques, de nature essentiellement capricieuse et variable. Ce sont elles qui avaient faussé les mesures de Kolhrausch, et je ne pense pas que Röntgen, malgré ses efforts et son habileté, soit parvenu à en corriger les effets dans ses travaux ultérieurs.

nitives, et que je décrirai à ce propos. Je dirai seulement ici que les divisions de l'échelle d'observation du manomètre étaient graduées en millimètres de mercure, à raison de $\frac{1}{8}$ de millimètre par division.

18 expériences, faites par détente de l'air s'écoulant dans l'atmosphère, avec une durée variant de 0,28 seconde à 0^s,56, lui ont donné (sans correction de température) des valeurs de K variant de 1,231 à 1,316.

Une deuxième série de 11 expériences lui a donné une valeur moyenne de 1,284.

Une troisième série de 15 expériences lui a donné une valeur moyenne de 1,289.

Une autre série, faite en substituant à sa plaque manométrique, qui était en laiton, une plaque en métal blanc (*Neusilber*) dont les réactions élastiques étaient plus régulières, lui a donné des valeurs analogues aux précédentes.

Il a obtenu les mêmes résultats en opérant par aspiration au lieu d'opérer par détente. De tous ses Tableaux, il a conclu la moyenne suivante :

Pour l'air...	K = 1,275	sans correction de température
» ...	K = 1,295	avec »

Conclusions. — En résumé, les valeurs trouvées par Röntgen étaient encore plus faibles que celles de Kohlrausch. Ce résultat amoindrissait beaucoup la force de son objection relative au refroidissement par la masse métallique du baromètre. Il fallut donc chercher une autre cause d'erreur. Röntgen finit par où il aurait pu commencer, en l'attribuant au défaut d'adiabatisme dû à la grandeur excessive du rapport $\frac{S}{V}$ (S surface et V volume de la masse gazeuse). Masson en avait déjà tenu compte en augmentant les dimensions du ballon de Desormes. Röntgen fit une série d'essais qui mettaient nettement cette influence en

évidence. Et c'est alors qu'il installa des expériences définitives, avec une bonbonne de 70^{lit}; mais il ne put les terminer à Zurich.

XIV. *Expériences du Dr W.-C. Röntgen (deuxième Mémoire)*. — Röntgen reprit ses recherches à Strasbourg en 1872. Et je dois dire tout d'abord que le dispositif expérimental en est tellement soigné, dans l'ensemble comme dans les détails, qu'on peut en considérer les résultats comme représentant tout ce que peut donner cette méthode, appliquée dans les circonstances les plus favorables ⁽¹⁾.

1° *Principe*. — Röntgen a opéré par détente : ayant déterminé successivement les trois pressions p_1, p_2, p_3 correspondantes aux trois temps de l'expérience de Desormes et Clément, il les porte dans la formule logarithmique

$$(15 \text{ bis}) \quad K = \frac{\log p_1 - \log p_2}{\log p_1 - \log p_3} \quad \left(\text{ou } \gamma = \frac{\log p_i - \log p_f}{\log p_i - \log p_m} \right).$$

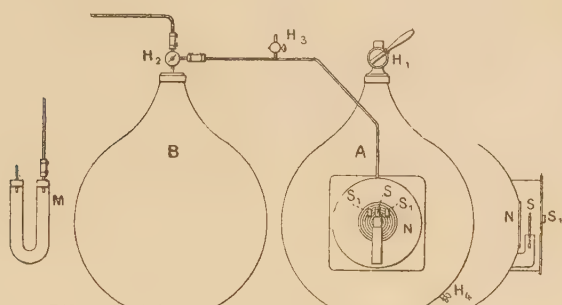
2° *Appareil*. — J'ai dit que l'enceinte était une bonbonne de verre A de 70^{lit} de capacité; elle était munie d'un robinet de détente H, ayant un canal de 2^{cmq} de section (*fig. 14*).

La pièce importante de l'appareil c'est un manomètre métallique d'une extrême sensibilité. Sur une ouverture latérale de la bonbonne A était fixée une plaque en palladium cannelée N, de 11^{cm} de diamètre; au centre de cette plaque était adapté (au mastic) un fêtu de roseau π , solidaire d'un petit miroir plan S, pouvant tourner autour d'un axe fixe. Ces déplacements étaient lus, au moyen du miroir, par la méthode optique, sur une échelle divisée.

(1) *Sur la détermination du rapport des chaleurs spécifiques à pression constante et à volume constant pour quelques gaz*, par le Dr W.-C. Röntgen. (*Ann. der Phys. und Chem.*, t. CXLVIII, p. 580; mai 1873).

On pouvait les transformer en millimètres de mercure ; car on avait préalablement gradué l'échelle par comparaison avec un manomètre à mercure M en siphon, dont les branches ont 30^{mm} de diamètre, en faisant les lectures au cathétomètre, au vingtième de millimètre.

Fig. 14.



On conçoit l'absolue nécessité de préserver cette plaque très sensible contre les variations que la pression atmosphérique pouvait subir pendant la durée d'une expérience. Pour cela, la plaque était recouverte par une boîte rectangulaire, dont la face antérieure était une glace à faces parallèles. L'intérieur de cette boîte était mis en communication permanente, non avec l'atmosphère, mais avec une seconde bonbonne B, de même capacité que A et juxtaposée. Le tube de communication qui relie la boîte manométrique à l'enceinte auxiliaire B porte deux robinets H₂ et H₃. Le robinet H₃ est à plusieurs voies : il permet, ou bien d'établir la pression atmosphérique dans le manomètre N et dans l'enceinte B, ou bien de supprimer la communication avec l'atmosphère dans les deux récipients à la fois, ou enfin de les réunir l'un et l'autre au manomètre M.

Afin de signaler et d'estimer les déplacements relatifs du ballon A et de l'échelle qui auraient pu se produire

accidentellement, on notait les divisions de deux petites mires graduées qui étaient envoyées dans la lunette par deux petits miroirs s_1 et s_2 , disposés symétriquement à la partie antérieure de la capsule.

Enfin, les plus grandes précautions étaient prises pour mettre l'appareil à l'abri des variations de la température ambiante t_i . Pour cela, Röntgen avait placé les deux récipients A et B dans une même embrasure de fenêtre, au milieu d'un corridor sombre où la température ne subissait, en vingt-quatre heures, que d'insignifiantes variations. De plus, ils étaient l'un et l'autre protégés contre les courants d'air au moyen d'une enveloppe en carton, bourrée de foin. D'ailleurs si les deux récipients subissaient la même variation de température, le point lumineux ne bougeait pas, ce qui prouvait que la plaque manométrique n'avait pas été déformée, et, par suite, qu'il n'y avait pas eu de variation de pression.

3° *Marche des expériences. — Phase adiabatique.* — On produit une force élastique initiale p_1 . On attend un quart d'heure, puis on lit le baromètre (H), on lit le manomètre (a_1) et le thermomètre (t_i). Soit ϖ_1 la pression correspondante à a_1 , on a

$$p_1 = H + \varpi_1.$$

On ferme alors le robinet H_3 , puis un aide ouvre et ferme — *rapidement*, dit Röntgen —, le robinet de détente H_1 : une certaine quantité de gaz s'échappe et la pression baisse. Pendant ce temps, un autre aide, placé à la lunette, lit l'excès maximum de pression a_2 , qui a lieu au moment de la fermeture du ballon. On a

$$p_2 = H + \varpi_2.$$

Phase de réchauffement. — Après un quart d'heure d'attente, on observe le troisième excès de pression a_3 ,

et l'on a

$$p_3 = H + \varpi_3.$$

On a alors tous les éléments nécessaires pour faire le calcul de $\frac{C}{c}$. On peut recommencer une nouvelle série au bout d'un quart d'heure.

4° Les résultats de ces mesures sont compris dans le Tableau ci-joint :

Tableau des mesures de W.-C. Röntgen.

Air atmosphérique.				Tempér. de l'expérience.	
$K = \frac{\log p_1 - \log p_2}{\log p_1 - \log p_3}$					
1.....	1,408	17,85	H = 741,45	$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = 412,17 \\ a_2 = 268,3 \\ a_3 = 309,1 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 17,9 \\ 18,0 \end{array} \right\}$
2.....	1,4036	18,1	741,35	$\left\{ \begin{array}{l} 413,2 \\ 265,6 \\ 307,2 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 18,1 \\ 18,15 \end{array} \right\}$
3.....	1,4073	18,1	741,30	$\left\{ \begin{array}{l} 413,3 \\ 274,7 \\ 318,8 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 240,8 \\ 18,1 \\ 18,1 \end{array} \right\}$
4.....	1,4047	18,2	741,80	$\left\{ \begin{array}{l} 431,6 \\ 266,7 \\ 314,1 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 241,1 \\ 18,2 \\ 18,2 \end{array} \right\}$
5.....	1,4063	18,25	741,80	$\left\{ \begin{array}{l} 432,9 \\ 266,9 \\ 314,8 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 241,3 \\ 18,25 \\ 18,25 \end{array} \right\}$
6.....	1,4032	18,25	741,80	$\left\{ \begin{array}{l} 433,3 \\ 284,3 \\ 326,2 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 241,8 \\ \text{»} \\ \text{»} \end{array} \right\}$
7.....	1,4050	17,55	746,55	$\left\{ \begin{array}{l} 390,1 \\ 253,2 \\ 291,1 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 242,3 \\ \text{»} \\ \text{»} \end{array} \right\}$
8.....	1,4051				
9.....	1,4049				
10.....	1,4064				
Moyenne K = 1,4053					

Pour l'acide carbonique (CO²), moyenne de 10 expériences, 1,3052.

Pour l'hydrogène (H), moyenne de 8 expériences, 1,3852 $\left(\begin{array}{l} + 0,0045 \\ - 0,0039 \end{array} \right)$.

G. M.

Les moyennes relatives aux trois gaz dont je me suis occupé donnent pour γ :

Air.....	1,4053
Hydrogène.....	1,3852
Acide carbonique.....	1,3052

5° *Correction du réchauffement.* — Ces nombres ont été corrigés de l'erreur relative au réchauffement que subit le gaz pendant la détente sous l'influence des parois de la bonbonne et, en général, du milieu ambiant. Röntgen en a calculé cette correction par la méthode de F. Kohlrausch, qui, si elle est insuffisante pour de faibles volumes de l'enceinte adiabatique, devient excellente, d'après lui, lorsque le rapport $\frac{S}{V}$ est suffisamment petit. Elle était d'ailleurs très petite dans ses expériences : 0,0016 pour l'air et 0,0008 pour l'acide carbonique. Pour l'hydrogène, il n'a même pas cherché à la calculer, car elle serait illusoire à cause des conditions thermiques toutes spéciales où se trouve ce gaz, par suite de son excessive conductibilité.

Remarque. — Il n'est pas douteux que cette correction de température ne fût nécessaire, à cause de la durée de la manœuvre à la main du robinet; mais il est moins certain que cette correction soit légitime. En effet, ici comme dans les expériences de F. Kohlrausch, l'extrapolation présentait peu de garanties, à cause de la dissemblance profonde qui existe entre les phénomènes thermiques de la phase adiabatique et ceux de la phase de réchauffement.

6° *Examen critique du manomètre métallique.* — Une cause plus importante d'incertitude résidait — me semble-t-il — dans l'emploi de ce manomètre métallique si sensible.

En effet, cette extrême sensibilité de la plaque avait pour conséquence une extrême facilité de déformation : il en résultait une réaction élastique, très variable suivant la déformation, qui faisait de cet instrument de mesure

un instrument *sans zéro*. Voici d'ailleurs ce qu'en dit l'auteur lui-même :

Pendant une expérience préliminaire, où la plaque était soumise à un excès de pression provenant du ballon A, j'ai remarqué que, après avoir supporté cet excès de pression, la plaque ne revenait pas immédiatement au zéro, mais que, au moment de l'égalisation complète, elle semblait indiquer encore un certain excès de pression; à partir de cette position, elle marchait avec une vitesse décroissante vers son zéro, mais elle ne l'atteignait qu'après un temps considérable.

J'ai remarqué le même effet quand la plaque éprouvait subitement un excès de pression après un repos prolongé; elle n'atteignait son équilibre qu'après un certain temps.

Et cette réaction élastique n'avait pas des effets négligeables, puisque l'étude de ces effets et des procédés de correction constitue à elle seule un Mémoire spécial, que l'auteur a publié à part. Voici, par exemple, comment il évaluait l'erreur relative à la surpression initiale π_1 .

Après avoir établi cette surpression, il la mesurait d'abord directement à l'aide du manomètre à mercure M; puis il faisait une seconde lecture, celle-ci au manomètre métallique N, après avoir laissé l'enceinte fermée un temps assez long. S'il y avait une différence entre les deux lectures, il fallait l'attribuer à la réaction élastique. Röntgen a constaté que la correction serait de $+0^{\text{mm}},035$ à $+0^{\text{mm}},040$ de mercure pour une surpression initiale allant de 8^{mm} à 16^{mm} de mercure. L'erreur absolue est faible, mais *l'erreur relative s'élève de $\frac{4}{200}$ à $\frac{4}{400}$ de la valeur à mesurer.*

Mais la pression la plus importante à mesurer, c'était π_2 , celle qui correspond à la fin de la phase adiabatique : or c'est celle qui, de l'aveu même de l'auteur, est affectée de l'erreur la plus considérable. Il en a évalué l'ordre de grandeur par un procédé empirique. Il remplissait le ballon A d'air comprimé et, au bout d'un temps déterminé, il ouvrait

le robinet de manière à produire une détente *complète*. Le manomètre ne revenant pas à son zéro initial, par suite de la réaction élastique, on lit la divergence qui mesure l'effet de la réaction. Cet effet est différent, suivant la durée de l'excès de pression. Une longue série d'expériences avait donné à l'auteur une relation entre cette durée et la grandeur du déplacement du zéro; mais il a trouvé plus avantageux d'éliminer cette influence en faisant durer un *quart d'heure* l'excès de pression initial, avant chaque expérience de détente adiabatique. Une fois cette influence du temps éliminée, il est parvenu à établir les lois suivantes :

1° *La réaction élastique de la plaque, à température constante, est directement proportionnelle à l'excès de pression précédente, compté à partir d'une certaine valeur.*

2° *A excès de pression constant, la réaction élastique est directement proportionnelle à la température, comptée à partir de 16°, 2.*

Ces deux lois sont exprimées par la formule empirique

$$N = B(p + a)(t + b),$$

dans laquelle B, *a* et *b* sont des constantes :

$$B = 0,00296, \quad a = 0,701 \quad \text{et} \quad b = 16^{\circ}, 2,$$

p, excès de pression, et *N*, correction, sont exprimés en millimètres de mercure. Cette formule ne s'appliquait d'ailleurs que dans les limites de surpression et de température des expériences actuelles, c'est-à-dire entre 6^{mm} et 16^{mm} de mercure pour la surpression, et entre 15° et 20°, 5 pour la température. « Dans ces conditions, — dit l'auteur, — la réaction élastique de la plaque manométrique se manifeste avec une grande régularité, et l'on en peut corriger les effets rigoureusement. »

Enfin, pour la détermination de la pression finale π_3 , Röntgen n'a jamais constaté d'effet de réaction élastique. Cela tient, d'après lui, à ce que la période était assez longue pour que la plaque eût le temps de reprendre son équilibre d'élasticité.

Conclusions. — En résumé, on voit que cette plaque manométrique a le grave inconvénient de n'être jamais semblable à elle-même, puisque sa réaction élastique dépend non seulement de la surpression initiale et de la température ambiante, mais encore de la durée de cette surpression. Si maintenant on veut avoir une idée de la grandeur de la correction N, on trouve, — dans les conditions extrêmes où s'est placé l'auteur, c'est-à-dire pour une surpression de 16^{mm} et une température de 20°,5,

$$N = 0,00296(16 + 0,701)(4^{\circ},3 + 16^{\circ},2) = 1^{\text{mm}},013.$$

La correction s'élève donc à $\frac{1}{16}$ de la surpression initiale, et par suite à une fraction bien plus considérable de la surpression π_2 (fin de la phase adiabatique). Et il faut ajouter à cette erreur celle qui *pourrait résulter* de ce fait qu'on lit la pression finale p_f pour ainsi dire, *à la volée*, en pleine phase dynamique de détente, et sans tenir aucun compte de la vitesse acquise de la plaque, peut-être conclura-t-on que l'emploi de la plaque manométrique en métal, dans ce genre de mesures, ne pouvait être un perfectionnement réel, qu'entre les mains d'un observateur extrêmement habile et exercé, comme l'était le Dr Röntgen?

XV. *Expériences de Regnault.* — Dans l'intervalle de ces deux Mémoires de Röntgen, notre illustre Regnault avait publié un grand Mémoire (1) « *Sur la détente statique des gaz* » : il nommait ainsi la détente *sans écoulement de gaz*, par opposition avec la *détente dynamique*

(1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4^e série, t. III; 1871.

ou détente *avec écoulement*, qu'il avait étudiée précédemment ⁽¹⁾.

Il commence par une magistrale critique de la méthode dite de Clément et Desormes, dont je pense que le Dr Röntgen a pu faire son profit dans ses Recherches de 1873.

« La méthode *imaginée* (*sic*) par Clément-Desormes (*sic*), suivie par Gay-Lussac et Welter, puis par Masson, se recommande par son extrême simplicité; mais son application présente bien des causes d'incertitude qui n'ont pas échappé aux physiciens, et qui ont été surtout mises en évidence par les expériences de M. A. Cazin. Il y a plus, cette méthode pêche complètement dans son principe: elle ne réalise nullement les conditions de la *détente statique*, puisque une portion du gaz s'échappe avec une vitesse variable et qu'on néglige complètement l'effet calorifique de ce mouvement. »

Première série d'expériences. — Puis il étudie expérimentalement la méthode en se servant d'un appareil très perfectionné en plusieurs points. L'enceinte adiabatique qu'il employait était, en particulier, bien supérieure au ballon primitif, pour les dimensions, car elle avait une cinquantaine de litres de capacité (cylindre de 40^{cm} de diamètre sur 40^{cm} de hauteur), mais bien inférieure, à mon avis, pour la nature des parois, car elle était en laiton. Elle était munie, à sa base inférieure, de deux tubulures qui permettaient, l'une de produire la raréfaction initiale du gaz, l'autre d'adapter un manomètre à huile fixe, pour suivre les variations de la force élastique du gaz. La face supérieure était percée d'une ouverture circulaire de 5^{cm} de diamètre, et qu'on pouvait fermer ou découvrir rapidement à l'aide d'un obturateur à guillotine, mû par un vigoureux ressort d'acier. La durée de

(1) *Sur la détente dynamique des gaz* (Mémoires de l'Académie des Sciences, t. XXXVII).

cette opération pouvait être enregistrée par la méthode ordinaire du diapason.

Il réalisait, dans chaque expérience, les trois temps de l'expérience même de Desormes et Clément; et ayant déterminé les deux dépressions h_i et h_m , il calculait directement, non pas γ , mais l'élévation de température θ produite dans le gaz par la compression u due à la brusque rentrée de l'air dans l'enceinte (¹). Il avait ainsi

$$u = \frac{h_i - h_m}{H - h_m} \quad \text{avec} \quad \theta = \frac{h_m}{H - h_m} \frac{1 + \alpha t}{\alpha},$$

d'où il déduisait immédiatement l'élévation de température ω , qui correspondrait à une compression égale à $\frac{\alpha}{1 + \alpha t}$. On a, en admettant, comme l'a fait Poisson, la

(¹) Voici le calcul, devenu classique, de Regnault, avec ses notations particulières (à savoir : $h_i = h$, $h_m = h'$, $\theta = x$ et $\omega = \theta$). Il pose successivement :

1° *État initial* du gaz intérieur : volume, V ; pression, $H - h$; température, t . La masse a pour expression

$$VD \frac{1}{1 + \alpha t} \frac{H - h}{760};$$

2° *État final* : volume, $V - \Delta V$; pression, H ; température, $t + x$. La masse, dans son état actuel de compression, a pour expression

$$(V - \Delta V)D \frac{1}{1 + \alpha(t + x)} \frac{H}{760};$$

3° *État auxiliaire* : volume, $V - \Delta V$; pression, $H - h'$, et température t . On a

$$(V - \Delta V)D \frac{1}{1 + \alpha t} \frac{H - h'}{760}.$$

En égalant successivement, deux à deux, ces trois expressions de la même masse de gaz considérée, on a

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{h - h'}{H - h'}, \quad \text{avec} \quad x = \frac{h'}{H - h'} \frac{1}{1 + \alpha t}, \quad \text{d'où} \quad \theta = \frac{h'}{h - h'}.$$

proportionnalité des élévations de température aux petites compressions,

$$\omega = \frac{h_m}{h_i - h_m} \quad (1).$$

Deuxième série d'expériences. — Après avoir opéré par aspiration, suivie de compression, Regnault opéra inversement, comme Gay-Lussac, c'est-à-dire par compression suivie de détente ⁽²⁾.

Conclusions. — La conclusion de cette étude expérimentale ⁽³⁾, c'est qu'il fallait abandonner cette méthode, parce qu'elle supposait l'existence de conditions expérimentales, qui n'étaient qu'imparfaitement réalisées :

1° Le baromètre devait rester fixe pendant la durée de l'expérience : or celle-ci pouvait aller à dix et à douze minutes;

(1) De là, il est facile de déduire γ , en appliquant soit la formule de correction de Poisson

$$\gamma = 1 + \frac{\alpha \theta}{1 + (\alpha t) a},$$

soit la formule approchée

$$\gamma = 1 + \omega.$$

L'une et l'autre conduisent à la forme classique de la méthode

$$\gamma = \frac{h_i}{h_i - h_m}.$$

(2) Dans ce cas, le même calcul conduit, pour ω , à une autre formule. On a

$$\omega = \frac{h_m}{h_i - h_m} \cdot \frac{H + h_i}{H + h_m},$$

ou, avec les notations de Regnault,

$$\theta = \frac{h'}{h - h'} \cdot \frac{H + h}{H + h'}.$$

(3) « En résumé, la conclusion que j'ai tirée de mes longues tentatives est que la méthode Clément-Désormes présente des causes si nombreuses d'incertitude qu'on ne peut pas espérer en obtenir un résultat certain. »

2° La paroi du récipient devait garder une température constante;

3° L'air qui entraînait dans le ballon (ou qui en sortait), pendant la phase d'ouverture, devait agir comme un *piston solide*, c'est-à-dire qu'il devait comprimer (ou détendre) l'air intérieur sans intervenir en aucune façon dans l'effet thermique cherché;

4° A la fin de la phase de compression (ou de détente) la force élastique du gaz intérieur devait être bien égale à la pression atmosphérique.

La réalisation de cette dernière condition dépend essentiellement de la durée de l'ouverture de l'orifice de l'enceinte adiabatique. Or on sait, d'après l'étude de Cazin, combien il est difficile de réaliser une durée qui ne soit ni trop longue ni trop courte : dans le premier cas, la valeur de θ est affaiblie, et dans le deuxième cas elle est augmentée⁽¹⁾. Aussi, dans ces expériences préliminaires, Regnault avait reconnu que l'ouverture de l'orifice ne devait pas durer moins de $\frac{1}{20}$ de seconde; avec un temps plus court, il n'obtenait pas à l'intérieur un maximum de force élastique égal à la pression atmosphérique extérieure.

Troisième série des expériences. — C'est pourquoi Regnault exécuta une troisième série de mesures en modifiant profondément l'appareil et le mode expérimental.

Principe de l'appareil. — Tout d'abord il élimina l'influence de la rentrée ou de la sortie d'air en opérant la compression de l'air intérieur au moyen d'un piston solide et sur une masse d'air constante, « dans des condi-

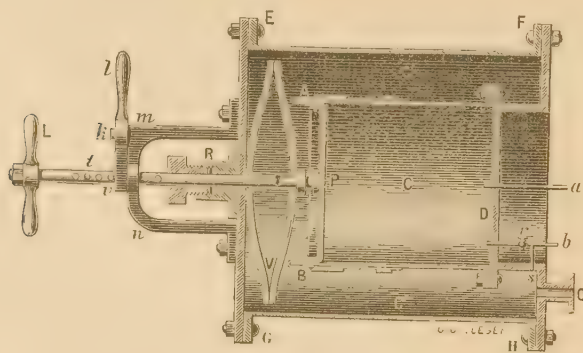
(1) Regnault fait remarquer à ce propos que « la plupart des expérimentateurs qui ont repris les expériences de Clément-Desormes, convaincus que la valeur de θ trouvée par ces physiciens était trop petite, ont cherché à l'augmenter, et pour cela ils ont augmenté l'ouverture du robinet et tourné beaucoup plus vite; mais on s'expose alors à trouver pour θ une valeur trop grande ».

tions telles que la totalité du gaz reste constamment dans l'appareil calorimétrique ».

Puis il élimina l'influence de la variation possible de la pression barométrique en enveloppant le cylindre compresseur d'une seconde enceinte de 253^{lit}, devant fonctionner comme atmosphère artificielle à *pression constante*. Avant chaque expérience, on observait la pression barométrique, puis on interceptait la communication de l'enceinte de garde avec l'atmosphère extérieure, immédiatement après avoir donné le coup de piston : de cette manière, les variations que la pression pouvait subir pendant le reste de l'expérience étaient sans effet sur le résultat. Cazin avait déjà employé cette précaution ; mais Regnault la complétait en choisissant toujours pour ses expériences un temps calme, et à l'abri des variations brusques du baromètre.

Description de l'appareil. — L'enceinte adiabatique était constituée par un cylindre en laiton bien dressé ABCD (fig. 15), fixé sur le fond d'un cylindre en cuivre beau-

Fig. 15.



coup plus large EFGH, à parois épaisses, qui était l'enceinte de garde. Le piston compresseur P, formé d'un disque plein en laiton, était commandé par une forte

tige en fer, t , et par un fort ressort de voiture V. Le piston avait un diamètre plus petit, de 3^{mm}, que celui du corps de pompe, de manière à s'y mouvoir sans frottement des parois; et la fermeture hermétique du compresseur était réalisée au moyen d'une poche de caoutchouc AB, convenablement adaptée à la fois au cylindre et au piston. La face D porte deux tubulures, a et b , dans lesquelles on mastique les deux tubes d'un manomètre différentiel, à huile d'amandes douces, qui donne la différence des pressions entre le corps de pompe et l'enceinte enveloppante.

Marche et calcul des expériences. — Regnault opérait suivant le cycle de l'expérience de Desormes et Clément. Il partait d'un état initial : H, pression atmosphérique, V, volume du corps de pompe et t , température ambiante; il comprimait le gaz adiabatiquement de manière à l'amener à l'état $(V - \Delta V)$, $H + h$, $t + \theta$; puis il le laissait refroidir, de manière à ramener la masse à l'état auxiliaire $H + h'$, $V - \Delta V$, t .

En appliquant à ces données *le même calcul* que précédemment, il arrivait à une troisième formule

$$\omega = \frac{h - h'}{h'},$$

d'où l'on pouvait déduire

$$\gamma = 1 + \omega = \frac{h}{h'}.$$

Critique. — Ainsi la valeur de ω (et par suite de γ) ne dépend que des hauteurs h et h' qu'il faut observer avec une grande précision. Il n'y avait pas de difficulté pour h' , qui était une pression stationnaire d'équilibre final; mais Regnault avoue que la lecture de h était difficile, parce qu'elle se rapporte à un maximum qui ne dure qu'un instant, si tant est qu'il soit possible de le

saisir avec précision. Regnault dit qu'il y est parvenu, grâce à un certain nombre de précautions; mais on doit le croire sur parole, car il n'a laissé de cet important travail aucun résultat numérique qui puisse nous renseigner sur la vraie valeur de γ .

« J'avais fait, dit-il, plus de 600 déterminations sur l'air atmosphérique, depuis les forces élastiques de 0^m,10 jusqu'à 6^m environ de mercure, en faisant varier toutes les circonstances qui peuvent influer sur le résultat; je m'occupais du calcul définitif de chaque expérience et de la mise en tableaux; mais, hélas! quand je suis rentré dans mon laboratoire, je n'ai plus rien trouvé de ce long travail! »

Et il donne plus tard, dans un Mémoire ultérieur, l'explication de ce désastre. Son laboratoire, installé dans la nouvelle Manufacture de Sèvres, fut entièrement saccagé par les Prussiens, en 1870; tous ses instruments, même les grosses machines motrices, *furent brisés à coups de marteau*; tous ses registres d'expériences, tous ses papiers furent brûlés ou détruits!

XVI. *Expérience de M. Ém. Paquet.* — Au Mémoire de Regnault, je dois logiquement rattacher un essai de M. Ém. Paquet ⁽¹⁾ qui *paraît* en procéder directement.

L'auteur opère la compression (ou la dilatation) d'une masse d'air constante en vase clos. Son appareil, ingénieux et relativement simple, réalise quelques-uns des perfectionnements de l'appareil plus compliqué de Regnault. C'est un gros ballon de verre renversé, placé dans une caisse remplie de substances thermiquement isolantes. La compression est produite brusquement, à un moment donné, par l'arrivée d'une colonne de mercure, venant d'un réservoir qu'on manœuvre à l'aide du mé-

(¹) *Détermination du rapport $\frac{C}{c}$ des deux chaleurs spécifiques du gaz*, par M. Ém. Paquet (*Journal de Physique*, 2^e série, t. IV; 1885).

canisme des machines d'Alvergniat. On mesure la variation de pression maximum h sur un manomètre à eau en siphon ; puis on laisse refroidir le gaz et on lit la dépression h' correspondante à l'équilibre de température final. L'appareil permet d'opérer, soit par aspiration, soit par détente.

On reconnaît là les trois temps de la manipulation de Desormes et Clément.

En appliquant à ces données le calcul même de Regnault, mais le poussant jusqu'au bout, c'est-à-dire jusqu'à l'expression de γ , il trouve

$$\gamma = \frac{h}{h'}.$$

Quant à la durée de la manœuvre et, par suite, de la phase adiabatique, l'auteur n'en parle pas, non plus que de la durée de la phase de retour à la température t_i , ni de la valeur du rapport $\frac{S}{V}$, dont l'importance avait été démontrée par Röntgen. Il ne parle pas davantage de la difficulté de la détermination de la pression p_f . Il est vrai de dire que M. Paquet ajoute modestement que les quelques expériences qu'il a faites « ont le simple but d'essayer la méthode ».

Une première expérience (de compression) lui a donné

$$h = 19,8, \quad h' = 14,2, \quad \text{d'où} \quad \frac{C}{c} = \frac{h'}{h} = 1,3944.$$

Une deuxième expérience (de détente) lui a donné

$$h_1 = 17,50, \quad h = 12,4, \quad \text{d'où} \quad \frac{C}{c} = \frac{h'}{h} = 1,4112;$$

d'où la valeur moyenne

$$\gamma = 1,4038.$$

Ce sont les deux seules expériences faites, ou du moins

citées. Peut-être trouvera-t-on qu'elles ne suffisent pas pour démontrer la légitimité de la quatrième décimale?

XVII. *Expériences de M. Guillaume de Lucchi.* — Parmi les Mémoires qui dérivent de la même méthode, je citerai celui de M. Guillaume de Lucchi ⁽¹⁾, non pas seulement parce que je ne veux laisser de côté aucun document relatif à la question, mais aussi parce que je veux montrer, par cet exemple, combien les notions sur l'origine et sur le principe même de cette méthode ont pu s'obscurcir à la longue, même dans l'esprit d'estimables savants.

Ces recherches furent entreprises dans le dessein de soumettre au contrôle de l'expérience certaines formules de la théorie cinétique des gaz : en particulier, celles de Clausius, de Maxwell, de Boltzmann et de Otto Pilling. Il est à remarquer que presque toutes les recherches ayant cet objet théorique ont été exécutées par la méthode de la vitesse du son. Et l'auteur regrette lui-même de n'avoir pas pu l'employer à cause de l'insuffisance de ses moyens : ce n'est qu'à contre-cœur « *a malincuore* » qu'il se rabat sur la méthode « *suivie*, dit-il, par MM. Clément et Desormes (*dai sigg. Clement e Desormes*) ».

Il expose alors le principe de cette méthode, d'une manière aussi imprévue qu'inexacte.

On sait, dit-il, qu'elle conduit à la formule

$$k = 1 + \frac{\Theta'}{\Theta},$$

où Θ' est l'élévation de température lorsque le gaz est empêché de se dilater, et Θ l'élévation de température, pour le même poids

(1) *Determinazione del rapporto fra le capacità calorifiche dei vapori soprariscaldati dell' acqua e del fosforo*; Ricerca sperimentale del Dott. Guglielmo de Lucchi (*Nuovo Cim.*, 3^e série, t. XI, p. 11; 1882).

de gaz et la même quantité de chaleur, quand le gaz peut se dilater librement ⁽¹⁾.

D'ailleurs, il passe prestement et sans aucun embarras de cette formule inexacte à la formule caractéristique de la méthode en fonctions des pressions β et β' , que « MM. Clément et Desormes ont ingénieusement substituées aux températures à mesurer. En développant par le calcul ⁽²⁾ les conditions de ces expériences, il vient

$$K = \frac{\beta}{\beta - \beta'} \cdot »$$

Je me hâte d'ajouter que c'est sur cette dernière formule que l'auteur a travaillé.

Il a modifié le dispositif de Desormes, d'abord d'une façon malheureuse, en réduisant à 4^{lit} les dimensions du ballon, puis d'une manière ingénieuse en substituant au manomètre à colonnes liquides un manomètre à aiguille. Il était constitué ⁽³⁾ par une sorte de capsule manométrique, communiquant directement avec le matras où l'on comprimait le gaz, et dont la membrane transmet ses déplacements à l'aiguille d'un cadre d'hygromètre à cheveu.

Résultats. — On trouve dans ce Mémoire une valeur de γ , pour l'acide carbonique, égale à 1,292. Cette valeur, dit l'auteur, reste entre les limites assignées par Pilling; mais elle ne correspond pas à la valeur déduite des formules de Maxwell et de Boltzmann. Il en est de même de la valeur 1,28 attribuée à la vapeur d'eau sur-

⁽¹⁾ Nous avons démontré précédemment que, dans ces conditions, on a $\gamma = \frac{\Theta}{\Theta'}$: c'est précisément la formule employée par Jamin et Richard.

⁽²⁾ « Sviluppate analiticamente le condizione de questi esperienze, viene a risultare, ecc. »

⁽³⁾ D'après ce que j'ai cru comprendre, car le Mémoire original ne comporte pas de dessin.

chauffée (à 104°); de même aussi pour la valeur 1,118 attribuée à la vapeur de phosphore à 300°.

CHAPITRE III.

LES MÉMOIRES (suite).

Les méthodes directes: emploi des formules adiabatiques.

Emploi direct de l'équation de Laplace. — Expériences de Witte (1869).

— Expériences de M. Amagat (1873).

Emploi indirect de l'équation de Laplace. — Expériences de C. Assmann (1852). — Expériences de M. P.-A. Müller (1883).

Emploi direct des autres formules adiabatiques. — Expériences de Favre et Silbermann (1853). — Expériences de MM. O. Lummer et E. Pringsheim : premier Mémoire (1887); second Mémoire (1894).

I. *Emploi direct de l'équation de Laplace.* — La méthode la plus directe de détermination de γ consiste dans l'application de l'équation de Laplace, soit sous sa forme la plus générale

$$(15) \quad \gamma = \frac{\log \frac{P_i}{P_f}}{\log \frac{v_f}{v_i}} = \frac{\log P_i - \log P_f}{\log v_f - \log v_i},$$

soit sous la forme particulière, obtenue en considérant comme *très petites* les variations de volume et de pression,

$$(15 \text{ bis}) \quad \gamma = \frac{\frac{\Delta p}{p}}{\frac{\Delta v}{v}}.$$

J'ai montré que la méthode dite de Clément et Desormes doit être considérée comme une méthode directe, puisqu'elle est fondée sur un cas particulier de l'emploi de l'une de ces formules : c'est celle qui a donné lieu aux Mémoires les plus nombreux.

Peu de physiciens, au contraire, ont appliqué directement l'équation de Laplace : il n'y en a eu, à ma connaissance, que deux, Witte et M. Amagat.

II. *Expériences de Witte.* — Et encore est-ce, pour ainsi dire, inconsciemment que Witte a appliqué l'équation de Laplace sous sa forme différentielle (15 bis). Il a bien fondé ses expériences sur une formule équivalente à celle-ci, mais il n'y a abouti que par un raisonnement inexact au point de vue thermodynamique (1).

Principe. — Il considère une masse de gaz dans un état initial (p, v', t') ; il suppose d'abord qu'on l'échauffe à *pression constante*, jusqu'à l'amener à l'état intermédiaire (p, v, t) : les paramètres correspondants sont reliés entre eux par l'équation de Mariotte-Gay-Lussac

$$\frac{pv'}{1 + \alpha t'} = \frac{pv}{1 + \alpha t}, \quad \text{d'où} \quad t - t' = \frac{v - v'}{v} \frac{1 + \alpha t}{\alpha}.$$

Il suppose enfin qu'on ramène le gaz par compression (adiabatique) au volume initial v' : sa force élastique deviendra p' en même temps que sa température s'élèvera à t'' . Les paramètres corrélatifs à ces deux derniers états sont reliés par la même équation

$$\frac{pv}{1 + \alpha t} = \frac{p'v'}{1 + \alpha t'}, \quad \text{d'où} \quad t'' - t = \frac{p'v' - pv}{pv} \frac{1 + \alpha t}{\alpha}.$$

« On peut considérer, dit-il, que *la même quantité de chaleur* peut être employée soit à élever la température du gaz de $(t - t')^0$, à *pression constante*, soit de $(t - t')^0 + (t'' - t)^0$ à *volume constant*. » On peut donc écrire, en appliquant les définitions de C et c,

$$Q = C(t - t') = c[(t - t') + (t'' - t)],$$

(1) *Sur la chaleur spécifique de l'air à volume constant*, par Witte (*Poggendorff Annalen*, t. CXXXVIII; 1869).

d'où

$$\frac{C}{c} = 1 + \frac{t'' - t}{t - t'},$$

d'où, en se servant des relations précédentes,

$$\frac{C}{c} = 1 + \frac{p'v' - pv}{p(v - v')}.$$

Et il est aisé de voir que cette formule équivaut à celle-ci

$$\frac{C}{c} = \frac{\frac{p' - p}{p}}{\frac{v - v'}{v'}} = \frac{\frac{\Delta p'}{p'}}{\frac{\Delta v}{v}}.$$

Remarque. — Ce raisonnement est analogue à celui qui conduit à l'équation de Poisson

$$\frac{C}{c} = 1 + \omega.$$

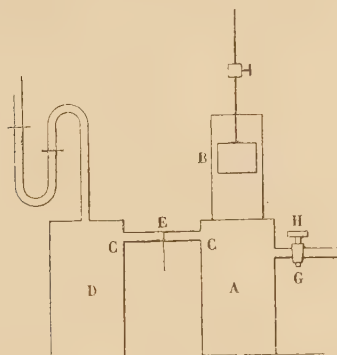
J'en ai démontré ci-dessus l'inexactitude, en l'analysant au moyen des cycles de transformation. Boltzmann ⁽¹⁾ en a donné une autre raison : Witte suppose à tort que c'est la même quantité de chaleur que l'on fournit au gaz soit pour l'amener directement, et *sous volume constant*, de l'état initial (p', v', t') à l'état final (p', v', t'') , soit pour l'amener indirectement d'un état à l'autre en passant par l'état intermédiaire (p, v, t) : « Cette conclusion n'est pas permise, parce que la chaleur fournie n'est pas fonction de l'état final et de l'état initial ». Il y a donc, en raisonnant ainsi, contradiction avec le théorème de Clausius. Et cette formule ne peut être applicable qu'au cas de

⁽¹⁾ Quelques mots sur l'expérience de Kohlrausch relative à la détermination du rapport K , par L. Boltzmann (*Poggendorff Annalen*, t. CXLI; 1870).

petites compressions, car alors la différence des deux quantités de chaleur sera un infiniment petit ⁽¹⁾.

2° *Appareil*. — Ces réserves faites au sujet de la théorie, ce Mémoire est extrêmement intéressant au point de vue expérimental. Deux perfectionnements de premier ordre sont introduits dans l'appareil, au moins en principe. D'abord Witte comprime une masse de gaz constante dans un cylindre étanche. De plus, il supprime, ou du moins il cherche à supprimer l'incertitude de la détermination de la pression finale p' à l'aide d'un dispositif nouveau et ingénieux, bien qu'encore rudimentaire.

Fig. 16.



Le gaz est contenu dans un récipient A (*fig. 16*); il peut recevoir d'un piston B une compression rapide; un

(¹) Plusieurs physiciens ont fait ou admis le même raisonnement, sans en signaler l'approximation, entre autres tous ceux qui ont appliqué la formule de Poisson. M. L. Bauer (de Karlsruhe) l'a exposé dans une Note spéciale: « *Sur le calcul élémentaire du rapport des deux chaleurs spécifiques des gaz, au point de vue des recherches de Clément et Desormes (sic).* » (*Carl Repertorium*, 19, 43; 1880.) Il me paraît probable que c'est là où M. de Lucchi a été prendre incomplètement le principe de sa méthode de recherches.

tube CC, muni d'un robinet E, peut mettre A en communication, à un instant donné, avec un autre récipient de même capacité D, muni d'un manomètre en siphon à mercure. La tige du piston est graduée et munie d'un curseur, de manière qu'on puisse évaluer les variations de volume en fonction de la section droite connue du cylindre. Voici comment se faisait l'expérience :

On établit en D une pression arbitraire (qui doit être la pression finale p_f ou p'); puis on comprime rapidement le gaz en A, et au moment où la compression a atteint son maximum, on ouvre le robinet t qu'on referme aussitôt. Si la pression en D est moindre qu'en A, la colonne de mercure s'élève dans la branche F; si, au contraire, elle est plus grande en D qu'en A, la colonne baisse. La pression initiale étant rétablie en A, au moyen de la tubulure G à robinet H, on recommence l'opération. « Il est clair, dit l'auteur, que chaque fois le déplacement du mercure en F diminue jusqu'au moment où il devient nul, quand on établit la communication. » A ce moment, la pression constante qui s'est établie en D est précisément égale à la pression finale qui correspond au maximum de compression en A.

La principale objection à faire à ce dispositif et à ce procédé expérimental, c'est qu'ils sont réalisés d'une manière rudimentaire. C'est à cela et aussi à l'exiguïté de l'enceinte adiabatique qu'il faut attribuer sans doute la faiblesse des résultats : six expériences exécutées sur l'air ont donné comme moyenne 1,314. C'est probablement le désaccord de ce nombre avec la valeur généralement adoptée pour γ qui avait fait tomber ce Mémoire, si intéressant par son originalité, dans le profond oubli d'où j'ai cru devoir le tirer.

III. *Expériences de M. Amagat.* — Il était, en particulier, parfaitement inconnu de M. Amagat, lorsque ce

physicien exécuta des recherches sur le même sujet (1). Il appliqua le premier franchement l'équation de Laplace sous sa forme logarithmique, et à l'aide d'un appareil et d'un procédé qui ont beaucoup d'analogie avec les précédents, tout en leur étant infiniment supérieurs au point de vue expérimental.

« Ma méthode, dit l'auteur, consiste à comprimer un volume limité de gaz, pris sous la pression de l'atmosphère, et à déterminer sa pression immédiatement après la réduction de son volume; le volume initial et le volume final se déterminant sans difficulté, il ne reste plus qu'à appliquer la formule de Poisson

$$p v^\gamma = p' v'^\gamma,$$

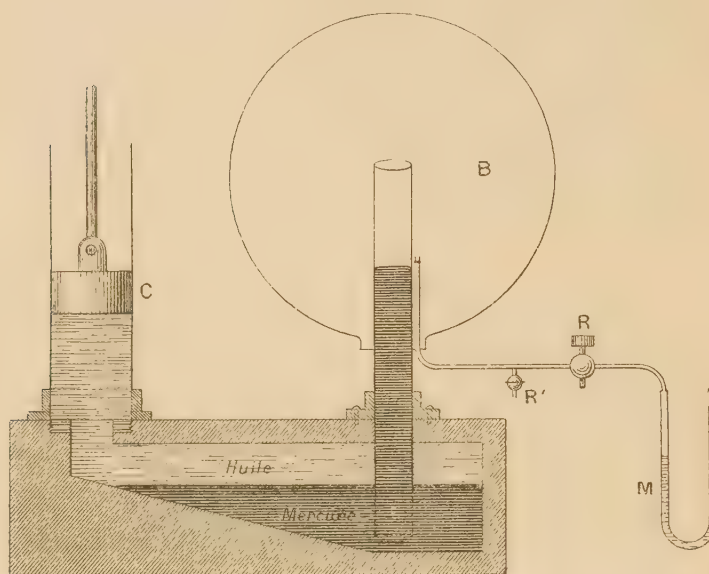
dans laquelle l'exposant γ est l'inconnue de la question ».

L'appareil complet γ (*fig. 17*) se composait d'un ballon B d'environ 20^{lit}, communiquant d'une part avec un compresseur C, qui était un cylindre de machine pneumatique muni de son piston et de sa crémaillère, et avec un manomètre à huile M. La compression était réalisée par une colonne de mercure s'élevant brusquement dans un large tube qui prolonge le col du ballon. On faisait descendre le piston à l'aide d'un bras de levier commandant la roue de la crémaillère, et dont on limitait la course par des arrêts, pour régler d'avance la variation du volume. La pression exercée par le piston était communiquée au mercure par l'intermédiaire d'une couche d'huile, « afin d'éviter la chaleur que développait le frottement d'un piston comprimant directement le gaz ». Cette opération, qui est l'opération capitale, durait environ $\frac{1}{2}$ seconde.

(1) Un extrait du Mémoire de M. Amagat a été publié dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, en 1873 : « Note sur la détermination du rapport des deux chaleurs spécifiques par la compression d'une masse limitée de gaz (C. R., t. LXXVII) ». Un article de l'auteur, sur le même sujet, a paru dans le *Journal de Physique* (2^e série, t. IV; 1885).

La difficulté de déterminer la pression p_f de la fin de la phase adiabatique n'avait pas non plus échappé à M. Amagat :

Fig. 17.



« Je place, dit-il, un robinet à large ouverture (c'est le robinet R) sur le tube qui met le manomètre en relation avec le gaz, et, dans une expérience préliminaire, je ferme ce robinet au moment où le manomètre indique une pression légèrement inférieure à celle qu'on cherche à déterminer : de cette manière, l'ascension du liquide est très faible, au moment où, après la compression, le manomètre est mis en communication avec le gaz. Après une première opération, le manomètre reste à une pression plus voisine que précédemment de celle qu'on doit l'obtenir. On recommence une nouvelle opération : le manomètre monte encore un peu. On arrive ainsi, après quelques compressions, à ce que le manomètre reste stationnaire au moment de l'ouverture du robinet et marque alors la pression cherchée ».

Cette manœuvre délicate était faite par M. Amagat ; il s'était exercé à combiner ses mouvements avec ceux de

son préparateur, qui poussait le piston, de manière à agir le plus rapidement possible. Il a trouvé, comme valeurs moyennes :

Pour l'air atmosphérique	1,391
Pour l'acide carbonique.....	1,299

Comme, malgré la rapidité de la manœuvre, l'opération durait un certain temps, M. Amagat a cru devoir faire une correction de refroidissement : il étudiait, une fois la compression faite, la marche descendante du manomètre et il en déduisait la dépression qu'on devait attribuer à cette cause pendant la durée de la phase de compression. Cette correction lui avait fait porter son nombre, pour l'air, à 1,397; mais il a reconnu plus tard lui-même qu'elle était notablement trop forte.

Il considérait d'ailleurs ces recherches plutôt comme un essai que comme un travail définitif. Il a signalé lui-même ce qu'il y avait d'imparfait dans son procédé de tâtonnements successifs, et surtout dans ces manœuvres à la main, plus ou moins lentes, du piston compresseur et du robinet de communication; mais les circonstances l'ont empêché de reprendre ces expériences et d'y appliquer les ressources de ce remarquable talent d'expérimentateur, auquel la Physique doit de si beaux travaux.

IV. *Expériences d'Assmann.* — On conçoit que, étant donnée une transformation adiabatique exprimée par l'équation de Laplace, on puisse substituer à la mesure de l'un des paramètres p et v celle d'un autre paramètre lié invariablement à ceux-là. C'est ainsi qu'Assmann, après avoir discuté les méthodes connues de son temps et les avoir écartées comme étant impropres à une détermination précise, proposa une nouvelle méthode, applicable aux gaz et aux vapeurs à toutes pressions, et qui

reposait uniquement sur l'observation directe des oscillations d'un pendule ⁽¹⁾.

1° *Principe de la méthode.* — Pour tout mouvement oscillatoire où la force accélératrice f est proportionnelle à la distance x à la position d'équilibre ($f = kx$), la durée d'une oscillation simple est donnée par la formule

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{k}}.$$

En particulier, les petites oscillations d'un pendule simple de longueur l ont pour durée

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Pour les petites oscillations d'un liquide qu'on fait osciller dans les branches d'un tube en U, sous une longueur l et avec une dénivellation $2x$, la force accélératrice a pour valeur $\frac{2xg}{l}$, et la durée d'oscillation

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{2g}};$$

c'est-à-dire que la colonne liquide l oscille comme un pendule de longueur $\frac{l}{2}$. Si, maintenant, on ferme les deux branches du tube ou simplement l'une d'elles, en laissant une certaine masse gazeuse au-dessus du niveau liquide, la période sera modifiée par la force élastique du gaz confiné; et, comme cette force élastique subira, du fait des oscillations, des variations, qu'on peut considérer comme adiabatiques, on conçoit que le coefficient γ doive intervenir

(1) *Ueber Erwärmung und Erhaltung von Gasen durch plötzliche volumänderung*, von C. Assmann (*Annalen der Phys. und Chem.*, Bd. LXXXV, 1852).

dans la formule de la nouvelle durée d'oscillation (1). Assmann prenait le mercure comme liquide oscillant; il confinait une masse d'air dont le volume était égal à une colonne de hauteur λ ayant la section du tube, et il opérait sous la pression barométrique h . Dans ces conditions, la nouvelle durée d'oscillation était

$$T_1 = \pi \sqrt{\frac{l}{g \left(2 + \frac{\gamma h}{\lambda} \right)}}$$

En comparant cette nouvelle durée à la précédente, on en tirait

$$\left(\frac{T}{T_1} \right)^2 = 1 + \frac{\gamma h}{2\lambda}, \quad \text{d'où} \quad \gamma = \frac{2\lambda}{h} \left[\left(\frac{T}{T_1} \right)^2 - 1 \right].$$

2° *Dispositif*. — Le tube avait aux deux niveaux 19^{mm},3 de diamètre et il se rétrécissait un peu vers le milieu; la distance des deux niveaux était sensiblement 767^{mm}, ce qui donnait 3^{kg} pour le poids de la colonne de mercure. On ne pouvait pas mesurer les durées d'oscillation à l'aide d'une horloge, à cause de l'amortissement rapide, car on comptait à peine 12 à 16 oscillations. On employait un pendule à masse lenticulaire, muni d'un fil fin, qu'on pouvait observer en même temps que la colonne, au moyen d'une lunette à réticule horizontal : on s'arrangeait pour réaliser un mouvement pendulaire isochrone du mouvement de la colonne oscillante, et qui pouvait ensuite être comparé à celui d'un pendule à secondes.

Ayant mesuré la valeur T (48,5 oscillations doubles, en moyenne, par minute), Assmann souda sur l'une des branches un petit ballon dont la capacité, augmentée de

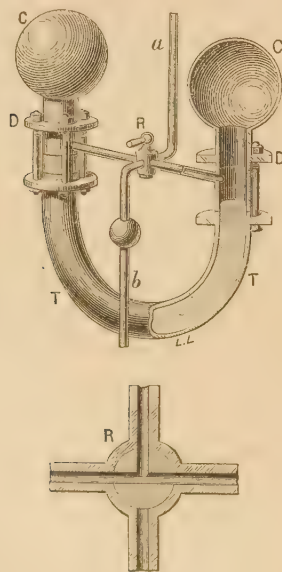
(1) Je développerai ce calcul ci-dessous, à propos des expériences similaires de M. Müller.

celle du tube jusqu'au niveau du mercure, correspondait à une valeur de λ égale à $775^{\text{mm}},45$ (environ $\frac{1}{4}$ de litre). Il compta alors, en moyenne, 63,2 oscillations doubles par minute : d'où la valeur de T_1 .

3° *Résultats.* — Cette série d'expériences conduisit Assmann à la valeur 1,421; une autre série lui donna 1,427. Mais il ne considérait ni l'un ni l'autre de ces nombres comme des résultats définitifs. Il avouait que son appareil était défectueux, et il recommanda lui-même un autre dispositif avec lequel il croyait qu'on pourrait déterminer γ jusqu'à la troisième décimale.

4° *Appareil perfectionné.* — Le tube en U, TT,

Fig. 18.



(fig. 18) de 60^{mm} de diamètre, est en fonte, et l'on en conserve la surface interne telle qu'elle est venue à la coulée; les deux extrémités seules du tube ont été polies

et elles reçoivent deux cylindres de verre ayant 1^{mm} à 2^{mm} de plus que le tube métallique; ces deux tubes de verre portent eux-mêmes deux petits cylindres de verre qui communiquent entre eux et avec un robinet R à trois voies permettant d'établir à volonté les communications nécessaires (manomètre, gazomètre, atmosphère, etc.); sur ces petits cylindres sont scellés deux ballons CC, en fer, munis de colliers, qui peuvent avoir des capacités variables: ceux que propose l'auteur seraient équivalents à un cylindre de même section que les cylindres de verre et de 1^m, 50 de hauteur. La longueur de la colonne mercurielle doit avoir 0^m, 78 et le poids du mercure doit être de 30^{kg}. En admettant pour γ la valeur 1,42 et en la supposant indépendante de la pression, on pourrait compter avec cet appareil 48 oscillations par minute, à *tube ouvert*, et de 52 à 110 à tube fermé, pour une pression variant de $\frac{1}{4}$ d'atmosphère à 6 atmosphères. Au-dessus de 2 atmosphères, il est préférable d'employer de plus grands ballons, la rapidité des oscillations pouvant avoir une influence sur la masse oscillante. Il recommande enfin, pour les branches du tube, une substance telle qu'il y ait le plus d'adhérence possible entre les parois et le mercure, par exemple, le fer; car on peut supposer alors que le mercure oscille dans un tube de mercure et le frottement devient négligeable.

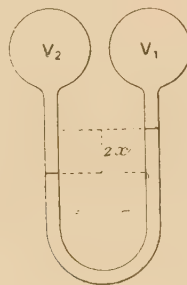
Mais il ne dit pas mot de la réalisation des conditions d'adiabatisme, qui sont essentielles dans cette mesure: or, à cause de la forme même de l'appareil, de la durée notable des oscillations et de l'accumulation de leurs effets sur la masse gazeuse, l'adiabatisme ne peut qu'être *insuffisamment* réalisé.

Il termine son Mémoire en émettant le vœu de voir un physicien exécuter de nouvelles recherches sur γ à l'aide de sa méthode et de son appareil, et résoudre toutes les questions intéressantes qui se rattachent à ce coefficient.

V. *Expériences de M. P.-A. Müller* (*). — Ces recherches furent reprises, en effet, beaucoup plus tard, par la même méthode, avec un appareil analogue et d'après le même programme, par M. Müller (de Königsberg); mais cet auteur a probablement ignoré l'existence d'Assmann, car je n'ai pas vu qu'il en parlât aucunement dans son Mémoire. Ses expériences sont d'ailleurs très nettement développées dans leur principe, très soignées dans leur exécution et très complètes dans leurs résultats.

Calcul de la formule. — Considérons un tube en U (fig. 19) de section constante q , contenant du mercure

Fig. 19.



de densité D ; si l'on produit une dénivellation $2x$, la colonne se mettra à osciller sous l'influence du poids de mercure déplacé, à savoir $2xqDg$ (g étant l'intensité de la pesanteur au lieu de l'expérience); d'autre part, la masse de mercure à mouvoir est égale à lqD (l étant la longueur totale de la colonne entière). Chaque tranche du mercure va évidemment se mouvoir de la même manière et dans le même temps, d'après l'équation générale

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -X,$$

(*) *Détermination du rapport des chaleurs spécifiques des gaz et des vapeurs*, par P.-A. Müller (de Königsberg) (*Ann. Wiedemann*, t. XVIII; 1883).

laquelle devient ici

$$l q D \frac{d^2 x}{dt^2} = - 2 x q D g,$$

d'où

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = - 2 \frac{g}{l} x.$$

On retrouve l'équation connue du mouvement pendulaire. On voit qu'elle est indépendante de la section du tube, ce qu'on pouvait prévoir *a priori*, à condition de négliger le frottement du liquide contre les parois. La durée de l'oscillation simple est donc

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{2g}}.$$

Supposons maintenant qu'on fixe aux deux branches deux ballons, de volumes V_1 et V_2 , contenant un même gaz à la pression initiale P , l'oscillation se produira alors sous l'influence de deux forces accélératrices : l'une, due au poids du mercure dénivélé $2 g q x D$, et l'autre à la différence des pressions $(p_1 - p_2) q$, qui s'établit entre les deux masses de gaz confinées. L'équation du mouvement devient alors

$$l q D \frac{d^2 x}{dt^2} = - 2 q g x D - (p_1 - p_2) q,$$

d'où

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = - 2 g \frac{x}{l} - \frac{p_1 - p_2}{l D}.$$

Or, on déduit de l'équation de Laplace

$$p_1 = P \left(\frac{V_1}{V_1 - q x} \right)^\gamma \quad \text{et} \quad p_2 = P \left(\frac{V_2}{V_2 + q x} \right)^\gamma,$$

d'où

$$p_1 - p_2 = P \left[\left(\frac{V_1}{V_1 - q x} \right)^\gamma - \left(\frac{V_2}{V_2 + q x} \right)^\gamma \right].$$

D'ailleurs on peut écrire

$$\left(\frac{V_1}{V_1 - qx}\right)^\gamma = \left(1 - \frac{qx}{V_1}\right)^{-\gamma} = 1 + \frac{\gamma}{1} \frac{qx}{V_1} + \frac{\gamma(\gamma+1)}{1,2} \frac{q^2 x^2}{V_1^2} + \dots$$

On a de même

$$\left(\frac{V_2}{V_2 + qx}\right)^\gamma = \left(1 + \frac{qx}{V_2}\right)^{-\gamma} = 1 - \frac{\gamma}{1} \frac{qx}{V_2} + \frac{\gamma(\gamma+1)}{1,2} \frac{q^2 x^2}{V_2^2} + \dots$$

Par suite,

$$p_1 - p_2 = P \gamma q x \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right)$$

(en négligeant toutes les puissances supérieures des rapports $\frac{x}{V_1}$, $\frac{x}{V_2}$); et l'équation différentielle du mouvement oscillatoire s'écrit alors

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -2 \frac{g}{l} x - \frac{P \gamma q}{l D} \frac{V_1 + V_2}{V_1 V_2} x.$$

En désignant par h la hauteur d'une colonne de mercure équivalente à la pression initiale, on a

$$P = h D g.$$

d'où

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{g x}{l} \left(2 + h q \gamma \frac{V_1 + V_2}{V_1 V_2} \right).$$

On a donc

$$T' = \pi \sqrt{\frac{l}{2 + h q \gamma \frac{V_1 + V_2}{V_1 V_2}}}.$$

En comparant les valeurs de T et de T' , il vient enfin

$$\gamma = \left[\left(\frac{T}{T'} \right)^2 - 1 \right] \frac{2 V_1 V_2}{q h (V_1 + V_2)}.$$

Expériences. — La méthode est ingénieuse; mais on voit par la formule qu'elle est loin d'être simple, puis-

qu'il n'y a pas moins de six quantités à mesurer, à savoir T , T' , V_1 , V_2 , q et h , sans compter les températures des deux masses de gaz. Il est vrai que trois de ces quantités, V_1 , V_2 et q , sont comme des constantes de l'appareil et qu'il suffit de les mesurer une fois pour toutes; mais trois autres sont variables et doivent être mesurées à chaque expérience. Les durées T et T' étaient ingénieusement déterminées par M. Müller, à l'aide d'un procédé spécial d'enregistrement électrique des oscillations.

Résultats. — Le Tableau ci-joint contient quelques expériences faites sur l'air atmosphérique; la moyenne de vingt-huit expériences a donné $\gamma = 1,4046$, c'est-à-dire le nombre même de Röntgen. Pour l'acide carbonique, la moyenne de trente-deux expériences a donné 1,2653, c'est-à-dire un nombre sensiblement plus faible que celui de Röntgen (1,305). L'auteur a étendu ses recherches à un grand nombre de gaz, 21 en tout.

*Tableau des expériences de Müller
pour l'air atmosphérique.*

Durée de l'oscillation libre T.	Pression initiale h.	Température de l'expérience.	Durée de l'oscillation adiabatique T'.	Valeurs calculées de γ .
0,6307	78,98	22,0	0,5434	1,412
0,6307	48,30	22,0	0,5721	1,396
0,6299	38,75	13,5	0,5813	1,408
0,7491	33,40	14,7	0,6954	1,407
Moyenne.....				1,405

Constantes de l'appareil.		Constantes de l'appareil.	
1 ^{re} opp.	$\begin{cases} V_1 = 1221 \text{ cm}^3, 5 \\ V_2 = 1194 \text{ cm}^3, 6 \\ Q = 3 \text{ cm}^3, 856 \end{cases}$	2 ^e opp.	$\begin{cases} V_1 = 1180 \text{ cm}^3, 95 \\ V_2 = 1162 \text{ cm}^3, 80 \\ Q = 3 \text{ cm}^3, 9763 \end{cases}$

On peut reprocher à ses mesures, comme à celle d'Ass-

mann, outre leur complexité, le défaut d'adiabaticisme de l'opération, dû non seulement à la notable durée des oscillations (en moyenne 0^s, 60), mais encore à la faible capacité des enceintes à gaz (au-dessous de 1^{lit}, 5).

VI. *Emploi des autres formules adiabatiques.* — Des équations

$$(16) \quad T v^{\gamma-1} = \text{const.} \quad \text{et} \quad (17) \quad T \gamma p^{1-\gamma} = \text{const.}$$

on a déduit

$$(16 \text{ bis}) \quad \frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{v_i}{v_f} \right)^{\gamma-1} \quad \text{et} \quad (17 \text{ bis}) \quad \frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{p_f}{p_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

L'une et l'autre de ces formules permettront de calculer γ , si l'on connaît deux groupes de valeurs soit de T et v , soit de T et p , correspondant à deux états d'une même transformation adiabatique. Mais la substitution d'une mesure de température à une mesure de volume ou de pression n'est pas un progrès, au point de vue expérimental. Elle exige, en effet, l'emploi d'un thermomètre d'une sensibilité extrême et d'une masse négligeable, et elle suppose que la région du gaz où se fait la mesure est en parfait équilibre thermique avec toute la masse. Deux expérimentateurs seulement, à ma connaissance, se sont risqués à employer cette méthode : MM. Favre et Silbermann, dès 1853, sans aucun résultat acceptable et, récemment, MM. O. Lummer et E. Pringsheim, avec un certain succès.

VII. *Expériences de Favre et Silbermann.* — Favre et Silbermann ⁽¹⁾ ne s'occupèrent pas, à proprement parler, de γ , — car « tout porte à croire, disent-ils, que les expériences de Dulong ont déterminé pour les divers gaz

(1) FAVRE et SILBERMANN, *Chaleur mise en jeu dans l'acte de la compression et de la dilatation subite de plusieurs gaz* (Ann. de Chim. et de Phys., t. XXXVII).

le rapport γ avec une grande exactitude; » — ils se proposèrent de déterminer directement les quantités de chaleur, dégagées ou absorbées, par les compressions ou dilatations successives d'un même gaz (*).

Leur appareil se composait d'un corps de pompe en cuivre, terminé inférieurement par un manchon de verre qui rendait visibles les indications d'un thermomètre métallique de Breguet, placé au milieu de la masse des gaz soumise à l'expérience. Celle-ci s'effectuait en deux temps distincts : dans le premier temps, on comprimait brusquement le gaz, de manière à en réduire le volume de moitié, et on lisait le thermomètre ; dans le second temps, après la dissipation de la chaleur due à l'opération précédente, on ramenait brusquement le piston du corps de pompe à sa position initiale, et on notait l'abaissement de température qui accompagnait cette détente.

L'inspection des Tableaux de Favre et Silbermann montre combien leurs résultats sont discordants. On voit d'abord qu'il y a un écart plus ou moins considérable, pour une même expérience, entre l'élévation de température due à la compression et l'abaissement dû à la détente. Ainsi, pour l'hydrogène, la compression de $\frac{1}{4}$ atmosphère à 2 atmosphères produisait une élévation de 42° , tandis que la décompression inverse produisait un abaissement de $27^{\circ}, 2$. De même, en prenant l'air successivement sous des pressions de $\frac{1}{2}$ atm., de 1 atm., de 2 atm., et en doublant son volume, ils ont observé des abaissements successifs de 5° , $7^{\circ}, 6$ et $12^{\circ}, 8$, qui sont loin d'être égaux entre eux, comme l'exigerait la formule, et qui n'approchent pas du nombre $58^{\circ}, 4$ déduit du calcul.

(*) Ce Mémoire ne constitue qu'un Chapitre du grand Mémoire de ces deux physiciens : *Recherches sur les quantités de chaleur dégagées dans les actions chimiques et moléculaires* (Ann. de Chim. et de Phys., t. XXXIV, XXXVI et XXXVII).

La cause principale de ces écarts n'a pas échappé aux expérimentateurs ; c'est celle qu'avaient indiquée Desormes et Clément : l'impossibilité de mettre rapidement en équilibre de température avec le gaz un thermomètre dont la masse est considérable, et qui ne s'échauffe lui-même qu'en refroidissant plus ou moins le gaz. Une autre cause a été signalée par Athanase Dupré, c'est l'emploi d'un corps de pompe en cuivre, dont la masse métallique devait absorber une partie de la chaleur dégagée dans le gaz.

A défaut d'une bonne mesure de γ , nous pouvons déduire de ces expériences un résultat intéressant : c'est que, d'après Favre et Silbermann, « la conductibilité de l'hydrogène dépasse autant celle des autres gaz que la conductibilité des métaux dépasse celle des matières terreuses ».

VIII. *Expériences de MM. O. Lummer et E. Pringsheim (premier Mémoire).* — Cette méthode n'a été réellement appliquée, dans de bonnes conditions expérimentales, qu'en 1887, par MM. O. Lummer et E. Pringsheim (¹). Ils partirent de la formule (17 bis) qu'ils mirent sous la forme logarithmique

$$\gamma = \frac{\log \frac{p_1}{p_2}}{\log \frac{p_1}{p_2} - \log \frac{T_1}{T_2}},$$

T_1 et T_2 étant les températures absolues corrélatives des deux forces élastiques p_1 et p_2 .

Ils se donnaient d'avance p_1 et T_1 et, comme ils choisissaient pour p_2 la pression barométrique du moment, il n'y avait, en réalité, qu'à mesurer T_2 . C'est dans cette

(¹) O. LUMMER et E. PRINGSHEIM, *Nouvelle détermination du rapport des deux chaleurs spécifiques de l'air* (Verhandlungen der physikalischen Gesellschaft zu Berlin im Jahre 1887.)

mesure de T_2 que réside l'originalité de la méthode au point de vue expérimental.

Principe du procédé. — Ils opéraient par détente et appréciaient l'abaissement de température dû à la détente par la méthode *bolométrique*. Une spirale métallique très fine et très résistante (en argent dans les premières expériences, en platine dans les expériences ultérieures) était pendante au milieu de la masse du gaz et constituait l'une des branches d'un pont de Wheatstone, lequel permettait d'en mesurer à chaque instant les variations de résistance et, par suite, les variations de température. Une graduation préalable avait permis de construire une échelle des températures correspondant aux différentes valeurs de la résistance du fil. Ils réalisaient ainsi le thermomètre requis pour ce genre de mesures, de masse négligeable et de grande sensibilité.

Marche des expériences. — L'air sec et pur est introduit dans un grand ballon métallique de (70^{lit} à 90^{lit}), à la température T_1 du laboratoire, et sous une pression p_1 , supérieure à la pression barométrique, qui était évaluée à l'aide d'un manomètre à acide sulfurique.

Le pont de Wheatstone est alors amené au zéro : c'est ce que les auteurs appellent le *premier équilibre*. Cela fait, on ouvre la branche où se trouve le rhéomètre (galvanomètre ou téléphone), et l'on dérègle le pont en diminuant la résistance de la branche opposée à la spirale ; puis on laisse une partie du gaz s'échapper par un orifice pratiqué dans le ballon. A mesure que cette détente s'effectue, le gaz intérieur se refroidit et la résistance de la spirale diminue en se rapprochant de la résistance de la branche opposée du pont. Dès que la détente est complète, et au moment même où la spirale a atteint sa température et, par suite, sa résistance minima, on ferme le circuit du rhéomètre (galvanomètre ou téléphone), et l'on voit par son indication si la résistance de la spirale est plus grande

ou plus petite que celle de l'autre branche; ce n'est que dans le cas d'une égalité parfaite que l'instrument de mesure *reste au zéro*: c'est ce que les auteurs appellent le *second équilibre*. D'après eux, on atteint cet état *nécessairement*, en faisant varier systématiquement la force élastique initiale p_1 du gaz et, lorsqu'on part d'une valeur p_1 convenablement choisie, l'équilibre se réalise à la fin de la détente, de telle sorte que l'instrument de mesure reste au zéro *pendant quelques secondes* (ce qui prouve qu'il n'y a pas, pendant ce temps-là, de perte sensible de chaleur par conductibilité du gaz) ⁽¹⁾. A ce moment, la résistance actuelle de la spirale est égale à celle de l'autre branche du pont, et la température T_2 , corrélative de la pression p_2 , se déduit immédiatement de cette résistance actuelle.

Résultats. — On voit, dans le Tableau ci-joint, les résultats de cinq déterminations : ils sont remarquablement concordants; la moyenne est $\gamma = 1,3840$ pour l'air atmosphérique. Les auteurs n'étudièrent pas d'autres gaz dans cette première série d'expériences.

(1) Les auteurs ont employé successivement le téléphone magnétique et le galvanomètre Thomson dans leurs premières expériences; et exclusivement le galvanomètre dans leurs récentes recherches. Voici comment on opérait dans le premier cas. Le téléphone étant placé dans le pont avec un diapason électro-magnétique servant d'interrupteur, on entend un son. Puis on règle le pont, c'est-à-dire qu'on réalise le premier équilibre : le téléphone devient alors muet. Cela fait, on dérègle le pont en diminuant la résistance-type : le téléphone redevient sonore. Après l'expérience de détente, si la pression p_2 a été convenablement choisie, le deuxième équilibre est réalisé et le téléphone redevient silencieux pendant quelques secondes. Si la pression p_2 est trop faible, on s'en aperçoit à ce que le son perçu s'affaiblira sans s'annuler; si elle est trop forte, le son s'annulera une première fois au moment où le refroidissement atteindra la valeur convenable, puis il renaîtra quand cette valeur sera dépassée; enfin, il s'annulera de nouveau au moment où la valeur convenable du refroidissement sera reproduite par suite du réchauffement dû au milieu ambiant.

Surpression $p_1 - p_2$ (en mm. de Hg).	Air, pression atmosph. p_2 .	Température de la salle d'expériences (en unités abs.) T_1 .	Variation de température due à la détente.	k .
80,4	752,6	289,17	8,00	1,3828
81,4	752,2	288,14	8,10	1,3837
103,4	752,2	288,12	10,12	1,3843
148,5	752,0	289,24	14,13	1,3849
172,0	749,2	290,85	16,22	1,3845
Moy... $k = 1,3840$				

IX. *Expériences de MM. O. Lummer et E. Pringsheim (deuxième Mémoire).* — Ils ont récemment ⁽¹⁾ fait une nouvelle série de mesures par la même méthode et à l'aide du même dispositif dont ils ont perfectionné, ou cru perfectionner certains détails. Ils ont voulu supprimer trois causes d'erreur particulières qu'on pouvait, d'après leurs propres prévisions, attribuer à leur procédé expérimental :

1° La spirale d'argent ne suit pas assez rapidement les variations de température du gaz ;

2° Les deux gros fils de cuivre auxquels sont soudés les deux bouts de la spirale peuvent lui céder de la chaleur ;

3° Le ballon fournit de la chaleur à l'air et, par suite, à la spirale pendant la transformation.

Ils ont substitué à la spirale d'argent un ruban de platine extrêmement mince et léger, coupé dans un ruban platine-argent, fabriqué par le même procédé que les fils à la *Wollaston* ; le platine a 0^u,6 d'épaisseur et la

(1) Une communication de ces nouvelles Recherches a été faite à la dernière session de l'*Association britannique pour l'avancement des Sciences*, tenue à Oxford en août 1894 ; le compte rendu m'en a été très obligeamment procuré par M. James Howard, de l'*University College* à Liverpool. Le Mémoire original doit être publié par les soins de la *Smithsonian Institution*.

couche d'argent 6^μ. La partie médiane du ruban avait 10^{cm} de longueur sur 0^{mm},2 de largeur, tandis que les deux extrémités avaient 1^{cm},5 de long sur 4^{mm} environ de largeur. L'argent avait été enlevé à l'acide nitrique seulement sur la partie médiane, de sorte que la résistance des deux extrémités était complètement négligeable vis-à-vis de celle-ci (1). Les auteurs pensent avoir éliminé de cette manière la chute de température aux extrémités.

Ils ont pensé éliminer l'influence thermique des parois du ballon de deux manières :

1° Ils ont plongé celui-ci dans un bain d'eau maintenu dans une température constante à moins de 0°,01 C. : c'était la température initiale T_1 . Nous avons vu que Regnault avait absolument proscrit ce dispositif, à cause de la difficulté d'amener le gaz intérieur à la même température que le bain. J'ajouterai que cette enveloppe métallique, immergée dans une masse d'eau à la même température, constitue une enceinte à parois conductrices et de grande capacité calorifique, qui est bien plus faite pour nuire à l'adiabatisme de la transformation que pour le favoriser.

2° Ils ont fait subir à leurs nombres bruts une correction de rayonnement qu'ils évaluaient par une nouvelle série de mesures, effectuées en substituant au ruban de platine un autre ruban identique, mais recouvert d'une couche de noir de platine. L'absorption de chaleur et, par suite, l'erreur due au rayonnement se trouvaient accrues *dans la même proportion* que le pouvoir absorbant de la surface métallique; et, en effet, les nombres obtenus pour γ étaient plus faibles. *En admettant cette proportionnalité* (qui est purement hypothétique), et en mesurant par des expériences spéciales le rapport des pouvoirs émissifs des

(1) La résistance totale du ruban s'élevait à 87 ω , à la température de 17° C., et la variation de résistance allait de 1 ω à 4 ω .

deux rubans, ils avaient tous les éléments nécessaires pour calculer leur correction.

Résultats. — Ils ont opéré sur quatre gaz, l'air, l'oxygène, l'acide carbonique et l'hydrogène, et ils ont trouvé :

	Air.	Oxygène.	Ac. carbon.	Hydrogène.
Sans correction..	1,3994	1,3941	1,2940	1,4063
Avec correction..	1,4015	1,3962	1,2961	1,4084

On voit que ces valeurs sont sensiblement plus élevées que celles du précédent Mémoire. Sont-elles plus exactes? Les auteurs le pensent ainsi, car ils donnent, comme limites des erreurs probables, 0,00020 à 0,00031, et ils considèrent comme une preuve de la supériorité de leur méthode, au point de vue de l'adiabatisme, la grandeur tout à fait exceptionnelle des valeurs obtenues pour l'hydrogène. Mais la différence des anciens nombres et des derniers ne me paraît pas justifiée par une réelle amélioration des expériences; de plus cette amélioration même laisse subsister deux défauts d'ordre général : la sortie d'une masse notable des gaz et la durée notable de la détente, dues à la grandeur de la suppression initiale, sans parler de l'application à des gaz réels d'une formule relative au gaz parfait.

CHAPITRE IV.

LES MÉMOIRES (suite).

Les méthodes indirectes : Emploi de la formule de la vitesse du son.

Principe de la méthode : Procédé de Dulong et Procédé de Kundt. — Calculs de Poisson (1807 et 1823). — Expériences de Dulong (1828). — Autres travaux s'y rattachant : calculs de Masson (1858); — calculs de Hirn (1861); — travaux d'Assmann (1852) et examen critique des expériences de Dulong; — expériences de M. Tito Martini (1881). — Expériences de A. Kundt et E. Warburg (1875). — Autres travaux s'y rattachant : expériences de M. H. Kayser (1877). — Expériences de M. A. Wülner (1878); — expériences de K. Strecker : premier

Mémoire (1881); deuxième Mémoire (1882); — travaux de L. Boltzmann : première Note (1881); deuxième Note (1883); — expériences de R. Cohen (1889).

I. Principe de la méthode : Procédé de Dulong et Procédé de Kundt. — La méthode fondée sur l'emploi de la formule de la vitesse du son est le type des méthodes indirectes. J'ai déjà dit comment elle avait servi, dès 1807, à Poisson pour calculer la constante de correction de la formule de Newton, constante dont il démontra plus tard l'identité avec γ .

On sait que la formule de Newton, corrigée par Laplace, est

$$V = \sqrt{\frac{p}{\rho}} \gamma.$$

Soient d la densité d'un gaz, t sa température (évaluée au thermomètre normal), α son coefficient de dilatation, p sa pression actuelle et soient p_n la pression normale et a_n la masse spécifique normale de l'air. On a

$$\rho = d a_n \frac{p}{p_n} \frac{1}{1 + \alpha t},$$

d'où

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_n (1 + \alpha t)}{d a_n} = \frac{p_n \alpha T}{d a_n};$$

par suite,

$$V = \sqrt{\frac{p_n \alpha T}{d a_n}} \gamma = A \sqrt{\frac{T}{d}} \gamma$$

en posant

$$A = \frac{p_n \alpha}{a_n}$$

(coefficient constant).

Pour un autre gaz, pris dans d'autres conditions de température et de pression, on aura

$$V = A \sqrt{\frac{T}{d}} \gamma.$$

Supposons maintenant qu'on fasse résonner successivement deux tuyaux sonores, l'un dans une atmosphère du premier gaz, l'autre dans une atmosphère du deuxième gaz. On a, d'après les lois de Bernoulli,

$$\text{Pour le premier} \dots\dots\dots V = n\lambda = A\sqrt{\frac{T}{d}\gamma},$$

$$\text{Pour le deuxième} \dots\dots\dots V' = n'\lambda' = A\sqrt{\frac{T'}{d'}\gamma'},$$

d'où

$$(32) \quad \frac{n}{n'} \frac{\lambda}{\lambda'} = \sqrt{\frac{T}{T'} \frac{d'}{d} \frac{\gamma}{\gamma'}}.$$

On peut appliquer cette formule de deux manières différentes :

1^o Supposons qu'on produise dans les deux gaz deux sons de même longueur d'onde : il suffit pour cela de faire rendre le même harmonique au même tuyau, dans les deux gaz différents. On a alors

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = 1$$

et

$$(32 \text{ bis}) \quad \frac{\gamma}{\gamma'} = \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \frac{d}{d'} \frac{T'}{T}.$$

On n'a qu'à mesurer les hauteurs des deux sons et les températures pour avoir le rapport des coefficients caractéristiques de deux gaz de densités connues : c'est le procédé de Dulong.

2^o Supposons maintenant qu'on produise dans les deux gaz deux sons de même hauteur : il suffit de faire résonner à l'unisson deux tuyaux différents. On a alors

$$\frac{n}{n'} = 1$$

et

$$(32 \text{ ter}) \quad \frac{\gamma}{\gamma'} = \left(\frac{\lambda}{\lambda'}\right)^2 \frac{d}{d'} \frac{T'}{T}.$$

On n'a qu'à mesurer les longueurs d'onde du son rendu par les deux tuyaux, ainsi que les températures, pour avoir le rapport des coefficients γ caractéristiques de deux gaz de densités connues : c'est le *procédé de Kundt et Warburg*.

Un grand nombre d'expérimentateurs ont employé cette méthode et presque tous pour le même objet théorique, celui de comparer entre elles les formules auxquelles conduit la théorie cinétique des gaz et d'en apprécier le degré de généralité. On peut les grouper autour de deux noms (en dehors de Newton, de Laplace et de Poisson, les illustres promoteurs de la formule) : celui de Dulong, qui a fait le premier une application systématique de la méthode à l'air et à d'autres gaz; celui de Kundt, qui a le premier indiqué un procédé rigoureux pour appliquer la méthode à tous les gaz et aux vapeurs, à des températures et sous des pressions quelconques.

II. *Expériences de Dulong*. — Les expériences de Gay-Lussac et Welter n'avaient pas inspiré à tous les physiciens la même confiance qu'à Laplace. Dulong (¹), entre autres, ne pensait pas que l'on pût arriver à une approximation suffisante, dans la mesure de γ , par un moyen analogue à celui qu'ils ont employé.

« J'ai pensé, dit-il, qu'on y parviendrait plus sûrement en recherchant la vitesse réelle du son dans chaque fluide élastique et en la comparant, conformément à la théorie de M. Laplace, avec celle qu'indiquait la formule de Newton ».

Il part donc de la formule

$$k = \frac{V^2}{g \frac{H}{D} (1 + t.0,00375)}$$

(¹) M. DULONG, *Recherches sur les chaleurs spécifiques des fluides élastiques* (Académie des Sciences, séance du 18 mai 1828). — *Annales de Chimie et de Physique*, 2^e série, t. XLI.

(H, hauteur barométrique; D, densité du gaz, prise par rapport à celle du mercure; t , température au-dessus de zéro, et V, vitesse du son observée) qui ramène la recherche du rapport k (ou γ) à celle des vitesses réelles du son dans les divers fluides élastiques.

Pour tout autre gaz que l'air atmosphérique, on ne peut songer à mesurer directement la vitesse de propagation d'une onde sonore; la théorie des instruments à vent lui suggéra un moyen indirect qui avait été déjà indiqué et mis en pratique par Chladni et Jacquin ⁽¹⁾ : il consiste à faire parler un même tuyau à embouchure de flûte, successivement dans tous les fluides élastiques, et à déterminer la hauteur du son donné par chacun d'eux.

Soient n et n' les nombres de vibrations en une seconde des deux sons rendus, le premier avec l'air à t^0 et le second avec un autre gaz de densité égale à P (prise par rapport à l'air à t^0); k le rapport pour l'air et k' pour l'autre gaz : Dulong employait la formule

$$\frac{n}{n'} = \frac{\sqrt{1 + 0,00375 t} \sqrt{k}}{\sqrt{1 + 0,10375 t'} \sqrt{k'}} \sqrt{P},$$

laquelle est identique à la formule (32) que j'ai établie ci-dessus.

Dulong a fait les déterminations et les calculs pour l'air et six autres gaz ⁽²⁾, qu'il avait pu se procurer aisément en assez grande quantité. Ses résultats sont contenus dans le Tableau ci-joint.

(¹) CHLADNI, *Traité d'Acoustique*, p. 87 et 271; Paris, 1809.

(²) Oxygène, hydrogène, acide carbonique, oxyde de carbone, oxyde de carbone, oxyde d'azote et gaz oléfiant.

Tableau relatif aux expériences de Dulong.

	Vitesse du son à 0° d'après la formule de Newton.	Vitesse du son à 0° déduite de la note rendue par chaque fluide.		$\frac{C}{c}$	C Lar. et B.	Élévation de température pour un cond.n $\frac{1}{267}$
		Densités.				
Air atmo- sphérique.	^m 279,29	1	^m 333	1,421	1	^o 0,421
Oxygène...	266	1,1026	317,17	1,415	0,976	0,421
Hydrogène.	1064,8	0,0688	1269,5	1,407	0,963	0,421
Acide car- bonique...	226,24	1,524	261,6	1,338	1,258	0,337
Oxyde de carbone...	283	0,974	337,4	1,427	1,034	0,423
Oxyde d'a- zote.....	220	1,527	261,9	1,343	1,35	0,343
Gaz oléfiant.	281,99	0,981	314	1,240	1,553	0,240

III. *Travaux se rattachant directement à ceux de Dulong.* — D'autres travaux, expériences ou simples calculs, se rattachent directement à ceux de Dulong, en ce sens qu'ils sont fondés sur l'emploi de la même formule, sans aucune modification ni correction.

Calculs de Masson. — J'ai dit ci-dessus que Masson avait utilisé la même formule que Dulong, pour en déduire les valeurs de γ relatives à l'air et à plusieurs gaz, en se servant des vitesses du son dans ces gaz, déterminées précédemment par Dulong même et par Wertheim. Il a trouvé des nombres sensiblement différents de ceux de Dulong. Ainsi :

Pour l'air.....	$\gamma = 1,4148$	au lieu de	1,421,
Pour l'acide carbonique.	1,2886	»	1,338,
Pour l'hydrogène.....	1,376	»	1,407.

Calculs de Hirn. — De même, Hirn, dans ses recher-

ches sur l'équivalent mécanique de la calorie, chercha à obtenir une valeur de γ pour l'air atmosphérique, en appliquant la formule de la vitesse du son

$$\gamma = \frac{V^2}{g \frac{m}{\Delta} h(1 + \alpha \theta)}.$$

Il substitua, dans cette formule, les valeurs des coefficients qui lui paraissaient les plus dignes de confiance, à savoir :

$V = 340^m,89$, vitesse du son dans l'air à $15^0,9$ C.;
 $\alpha = 0,003665$, coefficient de dilatation à pression constante;
 $h = 0^m,76$, pression barométrique au moment de l'expérience;
 $m = 13,596$, densité du mercure par rapport à l'eau;
 $\Delta = 0,001293$, densité de l'air par rapport à l'eau.

Et il obtint

$$\gamma = 1,4132.$$

Nous avons vu qu'il rejeta cette valeur pour adopter la valeur 1,3845, résultat de ses expériences directes, d'où il déduisit la valeur 437 pour l'équivalent mécanique de la calorie.

IV. *Calculs d'Assmann et Examen critique des expériences de Dulong.* — Dans son grand Mémoire de 1852, Assmann ne néglige pas d'étudier la méthode de la vitesse du son. Il commence par établir, au moyen d'un calcul assez compliqué mais exact, la formule même de Newton, avec la correction de Laplace. Puis, prenant la moyenne des valeurs trouvées jusqu'alors, pour la vitesse du son dans l'air sec à 0^0 , à savoir : $V_0 = 332^m,05$, il porte ce nombre dans la formule qu'il a calculée et il en déduit

$$\gamma = 1,413,$$

au lieu de 1,421, nombre trouvé par Dulong ('). Il prend

(') Il fait remarquer l'analogie entre le nombre 1,413, qu'il a calculé, et la valeur de $\sqrt{2} = 1,414$; mais il n'en tire aucune conséquence.

alors à partir ces expériences de Dulong, et il en fait un examen critique auquel il y a peu de chose à ajouter.

La méthode de Dulong suppose essentiellement l'exactitude des lois de Bernoulli; à savoir que, lorsqu'un tuyau sonore rend le son fondamental, dans un gaz où la vitesse du son est V , il y a, entre la longueur l du tuyau et la longueur d'onde λ du son N rendu, les relations suivantes :

pour un tuyau fermé

$$l = \frac{\lambda}{4} = \frac{V}{4N};$$

pour un tuyau ouvert

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{V}{2N}.$$

Or, Bernoulli lui-même avait déjà remarqué que les sons rendus par un tuyau de longueur donnée sont *plus graves* que la théorie ne l'indique. Il introduisait dans un tuyau ouvert un piston plein, à tige, qu'il enfonçait plus ou moins, de manière à obtenir différents sons : chaque son, qui était fondamental pour le tuyau raccourci, était un harmonique du tuyau entier. Il constata ainsi, d'abord que la distance de deux nœuds consécutifs est *constante et conforme à la théorie*; ensuite, que la distance du premier nœud à l'orifice du tuyau n'est pas égale à $\frac{\lambda}{4}$, et que l'écart est variable avec la forme de l'embouchure.

Hopkins étudia la position des nœuds, dans les tuyaux ouverts et dans les tuyaux fermés, au moyen d'une membrane tendue sur un cadre et saupoudrée de sable fin. Il conclut de ses recherches qu'il n'y a pas de nœuds absolus, mais seulement des minima d'agitation. Il confirma que la distance du dernier nœud à l'orifice est plus faible que $\frac{\lambda}{4}$, mais que la différence dépend non seulement

de la forme de l'embouchure, mais encore de la largeur du tuyau et aussi de la longueur d'onde, et, par suite, de *la nature* du gaz vibrant.

Dulong n'ignorait pas les perturbations qui se produisent à l'orifice d'un tuyau qui résonne ; mais il croyait avoir démontré, par des expériences directes, que ces perturbations sont les mêmes pour un même tuyau qui résonne avec différents gaz ; c'est pourquoi il les négligeait, pensant que les erreurs disparaissaient en même temps que le rapport $\frac{\lambda}{\lambda'}$ des longueurs d'onde, conclusion qui était inexacte, même au point de vue mathématique.

En résumé, sa méthode ne permettant pas de considérer le rapport $\frac{\lambda}{\lambda'}$ comme égal à l'unité, l'application de sa formule devait conduire à des résultats erronés.

V. *Expériences du professeur Tito Martini*. — Le professeur Tito Martini est tombé dans la même erreur que Dulong, tout en appliquant une autre formule. Il a voulu déterminer γ et c pour le chlore, qui ne se trouvait pas sur la liste des gaz étudiés par ses devanciers, Dulong, Masson, Regnault, Kundt.

1° *Principe expérimental*. — Il mesurait la vitesse du son dans le chlore, en appliquant une expérience de Tyndall, imitée de Dulong, qui consiste à verser du mercure dans une éprouvette, jusqu'à y confiner une colonne gazeuse, capable de renforcer le son émis par un diapason. Soient h et h' les longueurs des colonnes qui renforcent la même note, dans l'air et dans le gaz, on a, en admettant la loi de Bernoulli,

$$\frac{h}{h'} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{V}{V'}.$$

Le professeur Tito Martini n'ignorait pas que les longueurs h et h' , observées, sont, en réalité, moindres que

les longueurs théoriques $\frac{\lambda}{4}$ et $\frac{\lambda'}{4}$; mais il *admettait* comme démontré par Dulong, que le rapport des unes était bien égal au rapport des autres.

2° *Appareil*. — L'appareil très simple se composait d'un tuyau ouvert en verre (40^{cm} de long sur 2^{cm} de large), disposé verticalement et relié par un tube de caoutchouc à un autre tube de verre vertical, monté sur un support à crémaillère. On verse de l'acide sulfurique, qui s'établit au même niveau dans ce système de vases communicants; puis, on fait varier la longueur de la colonne gazeuse dans le tuyau, en soulevant plus ou moins le second tube; on la mesurait à l'aide d'une échelle, graduée en centimètres et millimètres portée par le tube; l'erreur de lecture était, paraît-il, inférieure à 0^{mm}, 1. Le diapason donnait l'*ut*₃ de 512 Vs. (Kœnigs).

3° *Résultats*. — M. Martini a d'abord essayé sa méthode sur l'anhydride carbonique, puis sur le protoxyde d'azote. Il a trouvé, dans l'acide carbonique,

$$\text{vitesse à } 7^{\circ} = 266^{\text{m}}, 7, \quad \text{d'où} \quad \text{vitesse à } 0^{\circ} = 263^{\text{m}}, 4;$$

dans le protoxyde d'azote

$$\text{vitesse à } 0^{\circ} = 264^{\text{m}};$$

dans le chlore

$$\text{vitesse à } 0^{\circ} = 206^{\text{m}}, 4.$$

En portant simplement cette valeur dans la formule de la vitesse du son, il obtint pour le chlore

$$\frac{C}{c} = \frac{V_0^2 d}{g D.0,76} = 1,336,$$

(¹) *La velocità del suono nel cloro*, Ricerche sperimentali del prof. Tito Martini (*Il Nuovo Cimento*, terza serie, t. IX; 1881).

avec les valeurs suivantes des coefficients :

g intensité de la pesanteur à Venise = 9,806;

D densité du mercure = 13,590;

d densité du Cl = 0,00318.

VI. *Expériences de Kundt et Warburg.* — La formule

$$(32\ ter) \quad \frac{\gamma}{\gamma'} = \left(\frac{\lambda}{\lambda'} \right)^2 \frac{d}{d'} \frac{T'}{T}$$

a été appliquée pour la première fois par les physiciens Kundt et Warburg. L'originalité de leurs expériences consiste dans l'emploi d'une méthode particulière de détermination de λ et λ' ; c'est la méthode *des figures de poussière*.

Principe. — Elle consiste à faire résonner à l'unisson deux tuyaux, l'un dans le gaz et l'autre dans l'air, et à mesurer exactement dans les deux tuyaux les distances l et l' de deux nœuds consécutifs, qui sont, comme on sait, *rigoureusement égales* aux deux longueurs d'onde correspondantes. On a alors

$$(32\ quater) \quad \frac{\gamma}{\gamma'} = \left(\frac{l}{l'} \right)^2 \frac{d}{d'} \frac{T'}{T}$$

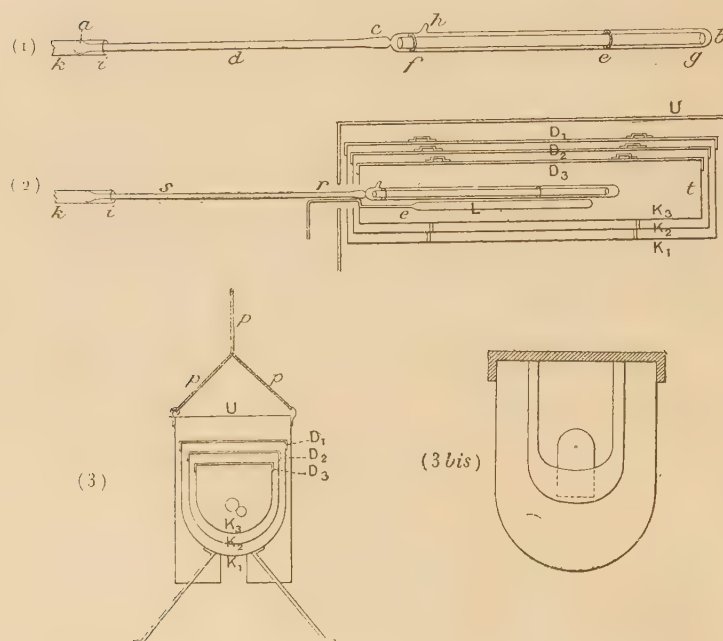
Les nœuds (ou lignes nodales) étaient réalisés avec précision à l'aide d'une petite quantité de poudre légère, qui se groupait spontanément en figures acoustiques sous l'influence des vibrations du gaz. Cette méthode a été appliquée à la vapeur de mercure.

Appareil. — Un tube en verre cb (*fig.* 20, 1 et 2), fermé aux deux bouts, après avoir été bien desséché et complètement vidé d'air, était muni d'un poids déterminé

(¹) A. KUNDT und E. WARBURG, *Ueber die specifische Wärme des Quecksilbergases* (*Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft zu Berlin*, achter Jahrgang, 1875). — *Idem* (*Pogg. Ann.*, 157, 353; 1875).

de mercure pouvant être réduit en vapeur ; on y avait préalablement introduit un tube ouvert *feg*, maintenu fixe à l'aide de deux bagues de fils de platine ou d'aluminium, et dans ce tube un peu de sable siliceux calciné. A ce tube, et dans son prolongement, on avait soudé un autre tube *ca* plus étroit. Le tube *b* était placé dans une

Fig. 19.



boîte en tôle quadruple *U* (*fig. 20, 2, 3 et 4*), qu'on chauffait par des becs de Bunsen ; elle contenait, en outre, le grand réservoir *L* d'un thermomètre à air, et l'on y ajoutait plusieurs thermomètres à mercure, lorsqu'on devait observer au-dessous de la température de 354°C . L'extrémité *a* du tube *c*, qui sortait de la boîte, était fermée au chalumeau et elle pénétrait dans un tube en verre

plus large *ik* contenant de la poudre de lycopode : c'était le tuyau à air. On voit en *h* une pointe, qui a été effilée au chalumeau après avoir servi à l'introduction du mercure, puis à la dessiccation du tube, puis à son remplissage avec le gaz.

Marche de l'expérience. — Le tube était fixé en *c*, *d* et *e*. Lorsque, après un réglage convenable du chauffage, les thermomètres indiquaient des températures suffisamment élevés et égales, on frottait les tubes *acb* entre *s* et *r* (*fig.* 20, 2), de manière à leur faire rendre le troisième harmonique longitudinal. Si la quantité de mercure était suffisante, les lignes nodales se produisaient avec beaucoup de netteté; on pouvait mesurer les distances de ces nœuds avec toute la précision que comporte la mesure des longueurs.

Dans la vapeur de mercure, la valeur de $\frac{\lambda}{2}$ a varié de 20^{mm}, 8 à 21^{mm}, 6.

La température de la vapeur de mercure était évaluée à l'aide des deux thermomètres placés aux deux bouts du tube *bc* : c'était, de l'avis des auteurs, le point délicat de l'expérience. Ils prenaient pour la densité de vapeur du mercure le nombre donné par Dumas en regardant la vapeur comme un gaz parfait; ils mesuraient la densité de l'air du laboratoire, à 0° et 760^{mm}, en tenant compte de l'état hygrométrique.

Résultats. — Kundt et Warburg ont répété ces mesures avec trois appareils différents et à des tensions diverses de la vapeur de mercure. On trouvera quelques-uns de leurs résultats dans le Tableau ci-joint :

*Extrait des Tableaux de nombres de Kundt
et Warburg.*

Vapeur de mercure saturée à 281°.		Vapeur de mercure saturée à 320°.		Vapeur de mercure saturée.	
$\frac{K'}{K}$	K' mercure.	$\frac{K'}{K}$	K'.	$\frac{K'}{K}$	K'.
1,1995	1,6853	1,1943	1,6780	1,1865	1,6670
1,1874	1,6683	1,1698	1,6437	»	»
1,1768	1,6535	1,1843	1,6640	»	»
1,1846	1,6645	1,1852	1,6653	»	»
1,1877	1,6687	1,1963	1,6807	»	»
1,1828	1,6618	Moy. 1,186		»	»
1,1920	1,6748		1,6663	»	»

On voit que la moyenne des nombres trouvés pour la vapeur saturée à 120° est

$$\frac{K'}{K} = 1,186.$$

Quant à la valeur de K', elle dépend évidemment de la valeur adoptée pour K. Si l'on prend $K = 1,413$, on a $K' = 1,676$; avec $K = 1,394$ (nombre déduit de la vitesse du son de Regnault), on a $K = 1,655$; enfin, en admettant pour K la valeur de Röntgen, 1,405, on a

$$K' = 1,666.$$

C'est le nombre auquel les auteurs se sont arrêtés.

VII. *Conséquences théoriques des expériences de Kundt et Warburg. Autres travaux s'y rattachant.* — Ce résultat avait une certaine importance au point de vue théorique, car il semblait vérifier l'une des formules fondamentales de la théorie cinétique des gaz. J'ai dit que Clausius avait été conduit à une relation entre les coefficients K, H et γ définis précédemment, à savoir

$$(27) \quad \frac{K}{H} = \frac{3}{2} (\gamma - 1).$$

Or, si la molécule est formée d'un seul atome, il en résulte évidemment que le mouvement interne total H se réduit au mouvement de translation K . Pour un gaz monoatomique, comme la vapeur de mercure semble l'être, d'après ses réactions chimiques (1), on doit donc avoir

$$\frac{3}{2}(\gamma - 1) = 1, \quad \text{d'où l'on tire} \quad \gamma = 1,666.$$

Mais en supposant cette valeur de Kundt exacte (ce qui n'est pas démontré, puisqu'il faut d'abord supposer exacte la valeur de Röntgen), cette concordance entre l'expérience et la théorie, pour la formule de Clausius, ne lèverait pas d'autres difficultés que présente la théorie cinétique des gaz. Considérons, par exemple, la formule de Maxwell

$$(28) \quad \gamma = \frac{2 + 3n + \varepsilon}{3n + \varepsilon},$$

relative aux molécules polyatomiques. Si l'on admet que ces mêmes molécules, où résident les propriétés thermiques et mécaniques, sont aussi celles qui interviennent dans les réactions chimiques, il faudra considérer les molécules d'oxygène, d'azote et d'hydrogène comme formées de deux atomes au moins. Or, si dans la formule (28) on fait $n = 2$, on aura

$$\gamma \approx 1,33 \text{ suivant que } \varepsilon \approx 0.$$

Et si l'on fait $n > 2$, la valeur de γ sera *encore plus petite*. Et l'on sait que les valeurs mesurées directement pour ces trois gaz sont généralement comprises entre 1,39

(1) Kundt et Warburg font d'ailleurs remarquer que cette preuve cinétique en faveur de la *monoatomicité* de la molécule de mercure n'est pas absolue. Ils citent, par exemple, ce fait que le spectre d'émission de la vapeur de mercure incandescente est sillonné de plusieurs raies brillantes, ce qui semblerait prouver, à ce point de vue, qu'elle n'est pas monoatomique.

et 1,41. Il y a donc là une contradiction flagrante qui subsiste entre l'expérience et la théorie.

C'est pour résoudre des difficultés de cet ordre que plusieurs travaux furent entrepris d'après la même méthode, principalement en Allemagne. Parmi ces travaux, j'analyserai brièvement ceux de M. Kayser, de Berlin, entrepris sous les auspices de l'illustre Helmholtz, de M. Wüllner, de M. Strecker, de M. Boltzmann et enfin de M. R. Cohen et, en France, de M. Neyreneuf. J'ai analysé précédemment celui de M. de Zucchi, entrepris dans le même esprit.

VIII. *Expériences de M. Kayser.* — 1° *Principe.* Le principe de ces expériences (1) comporte une certaine modification de la formule de Kundt, inspirée par les idées de Helmholtz et de Kirchhoff.

Supposons qu'on ait, non pas mesuré directement, mais calculé la vitesse du son dans l'air au moyen de la formule

$$V = \frac{N\lambda}{\sqrt{1 + \alpha t}}.$$

A cause de la viscosité du gaz, il y a une erreur due au frottement dont on peut tenir compte par un terme de correction qu'il désigne par γ (et que je désignerai par μ) et qu'on détermine à part directement. Si l'on appelle a la *vitesse réelle* dans l'air, c'est-à-dire celle qu'on déterminerait directement dans l'air libre, et V la *vitesse apparente*, calculée d'après la formule précédente, il existe entre ces deux grandeurs la relation

$$a - V = \frac{\mu a}{2r\sqrt{\pi N}}, \quad \text{d'où} \quad a = \frac{V + \frac{\mu a}{2r\sqrt{\pi N}}}{1},$$

où $2r$ est le diamètre du tuyau, N la hauteur du son rendu.

(1) *Détermination du rapport des chaleurs spécifiques de l'air par la vitesse du son*, par M. H. KAYSER, de Berlin (*Annales de Wiedemann*, 2^e série, t. II, 1877).

Ayant déterminé V , puis a , il portait cette dernière valeur dans la formule classique

$$a = \sqrt{\frac{P}{\rho} K},$$

qu'il mettait sous la forme

$$a = \sqrt{\frac{g^e}{b} K},$$

où K est le rapport $\frac{C}{c}$, g l'accélération de la pesanteur, ϵ le poids de 1^{cc} de mercure, b le poids de 1^{cc} d'air.

Expériences. — Les expériences proprement dites (une fois le coefficient μ déterminé) consistaient à mesurer V , c'est-à-dire N et λ .

Pour obtenir N , on produisait le son au moyen d'une verge métallique, dont l'extrémité était munie d'un style qui inscrivait les vibrations sur un cylindre tournant, où s'inscrivaient à côté, simultanément, celles d'un diapason, comparé lui-même préalablement à un pendule à secondes.

Ce son était communiqué à l'air sec remplissant un tube de verre horizontal où l'on avait disposé du sable. Le bouchon, par lequel se faisait la communication des vibrations, pouvait être déplacé de manière que la longueur totale du tuyau contînt un nombre entier de longueurs d'onde. Le sable se disposait en lignes nodales, dont on mesurait exactement la distance au comparateur. Enfin, un thermomètre, disposé dans le tuyau, mesurait la température de l'air.

3° *Résultats.* — M. Kayser a trouvé ainsi pour l'air

$$a = 332^m, 5, \quad \text{d'où} \quad K = 1,4106.$$

Il faut remarquer que, si sa méthode est exempte des causes d'erreur propres à la mesure de la vitesse du son par les tuyaux sonores, elle ne l'est pas du défaut général

inhérent à l'emploi de la formule de Laplace, et sur lequel je reviendrai ci-dessous.

IX. *Expériences de M. Wüllner.* — M. Wüllner a appliqué exactement la méthode de Kundt à la détermination de γ , successivement à deux températures différentes, 0° et 100° : c'est ce qui fait l'originalité de son Mémoire ⁽¹⁾.

1° *Marche des expériences.* — On produisait le son en faisant vibrer un tube en verre de 1^m de long et l'on communiquait le son à la colonne de gaz sec contenue dans un tube, de 2^m de long et 0^m,03 de large, qu'on pouvait porter successivement aux températures de 0° et 100° . La poudre de lycopode, introduite dans le tube, se tassait pendant l'expérience en lignes nodales, dont on mesurait la distance au cathétomètre.

2° *Conduite du calcul.* — Le calcul des formules était dirigé de manière à mettre en évidence les variations cherchées de K avec la température.

On a, d'une part,

$$V = \frac{N\lambda}{\sqrt{1 + \alpha t}}$$

et, d'autre part,

$$V = \sqrt{\frac{p}{\rho} K},$$

d'où l'on tire la relation générale

$$K = \frac{\rho}{p} \frac{(N\lambda)^2}{1 + \alpha t}.$$

En appelant K_t et λ_t , K_1 et λ_0 les coefficients qui cor-

⁽¹⁾ A. WÜLLNER, *Ueber die Abhängigkeit der specifischen Wärme der Gase bei constanten Volumen von der Temperatur und die Wärmeleitungs fähigkeit der Gase* (Annales de Wiedemann, 9^e série, t. IV; 1878).

respondent à la température t et à 0° , on aura

$$K_t = \frac{\rho(N\lambda_t)^2}{p(1+\alpha t)}, \quad K_0 = \frac{\rho(N\lambda_0)^2}{p}, \quad \text{d'où} \quad \frac{K_t}{K_0} = \left(\frac{\lambda_t}{\lambda_0}\right)^2 \frac{1}{1+\alpha t}.$$

Wüllner a légèrement modifié ces notations en substituant à λ l'internœud L , de manière qu'on a $\lambda_0 = 2L_0$; il désigne la densité des gaz par S_0 et il explicite la pression $p = 0,76.\sigma.g$ (σ , densité du mercure). Il obtient ainsi les deux formules suivantes :

$$K_0 = \frac{(2L_0N)^2 S_0}{0,76.g.s.} \quad \text{et} \quad \frac{K_T}{K_0} = \frac{L_T^2}{L_0^2(1+\alpha T)}.$$

Posons

$$\frac{K_T}{K_0} = 1 + \delta T,$$

δ étant le coefficient empirique qui exprime la variation de K avec la température. On aura alors

$$L_T^2 = L_0^2(1+\alpha T)(1+\delta T) = L_0^2(1+\beta T).$$

On tire de là

$$100\beta = \frac{100}{T} \left[\frac{L_T^2}{L_0^2} - 1 \right]$$

et alors

$$1 + \delta = 100 \frac{1 + 100\beta}{1 + 100\alpha}.$$

3° *Résultats pour l'air.* — A 0° , les valeurs moyennes de six expériences sont

$$L_0 = 65^{\text{cm}}, 36 \quad \text{et} \quad V = 2L_0N = 331^{\text{m}}, 898.$$

En substituant les valeurs

$$S_0 = 0,0012932; \quad \sigma = 13,59593, \quad g = 9,8106,$$

on a

$$K_0 = 1,40526.$$

G. M.

A 100° (valeur moyenne de six expériences),

$$(1 + 100\beta) = 1,3646.$$

En admettant pour α le nombre $1 + 100\alpha = 1,3669$ (d'après Jolly), il vient

$$1 + 100\delta = 0,99831.$$

Par conséquent, le rapport K décroît quand la température se relève. On aurait

$$K_{100} = 1,40289 \quad \text{et} \quad K_{18} = 1,40496$$

(Röntgen avait trouvé, à la température 18° , $1,4053$).

4° *Résultats pour l'acide carbonique.* — A 0°

$$L_0 = 51^{\text{cm}}, 06, \quad V_0 = 2L_0N = 259^{\text{m}}, 83.$$

En admettant $S_0 = 1,52901$, on a

$$K_0 = 1,31131.$$

A 100°

$$1 + 100\beta = 1,3401.$$

Et, en admettant pour α la valeur $1 + 100\alpha = 1,3706$ (d'après Jolly), il vient

$$1 + 100\delta = 0,97775.$$

Le coefficient de variation est encore plus fort que celui de l'air. On en tire

$$K_{100} = 1,28212 \quad \text{et} \quad K_{19} = 1,3071$$

(Röntgen avait trouvé $1,3052$ à 19°).

Conclusion. — Ainsi, contrairement aux résultats de Gay-Lussac, de Hirn, de Cazin, de Strecker, γ diminuerait quand la température s'élève.

X. *Travaux de K. Strecker, de R. Cohen, de L. Boltzmann.* — M. K. Strecker a appliqué la méthode de Kundt à la détermination de γ pour le chlore, le brome

et la vapeur d'iode. Il n'a fait d'autre changement au dispositif de Kundt, que de substituer aux thermomètres à mercure deux thermomètres à air ⁽¹⁾. Pour opérer jusqu'à 100°, il employait un bain-marie, et au-dessus de 100° un bain d'air.

Il a trouvé pour le chlore, 1,323; pour l'iode, 1,294; pour le brome, 1,292.

Il a constaté que ces valeurs étaient *indépendantes de la température et de la pression*.

Enfin, en substituant aux densités observées de ces vapeurs leurs densités théoriques, il a trouvé des nombres un peu différents pour l'iode et pour le brome :

Iode....	1,300	Brome....	1,290.
----------	-------	-----------	--------

Dans un deuxième Mémoire ⁽²⁾, il a étendue ses mesures à l'acide chlorhydrique (1,394), à l'acide bromhydrique (1,431), à l'acide iodhydrique (1,397), au chlorure et au bromure d'iode.

La même méthode de Kundt et le même dispositif de Strecker furent employés, quelques années plus tard, par M. R. Cohen ⁽³⁾ pour la vapeur d'eau surchauffée. Il trouva $\gamma = 1,287$ à $\frac{1}{100}$ près. M. de Lucchi avait trouvé précédemment 1,277.

Les résultats de M. Strecker ne confirmaient pas les conséquences de la théorie des gaz, en particulier celles de la formule de Boltzmann. Cet auteur, dans deux Notes publiées successivement aux *Annales de Wiedemann* ⁽⁴⁾, cherche à expliquer ce désaccord. Pour lui, il faut admettre que les atomes des gaz se comportent non pas comme des *points matériels*, mais comme des *corps*

(1) K. STRECKER (*Wied. Ann.*, 13, 20; 1881).

(2) K. STRECKER (*Wied. Ann.*, 17, 85; 1882).

(3) R. COHEN (*Wied. Ann.*, 37, 628; 1889).

(4) E. BOLTZMANN (*Wied. Ann.*, 13, 54; 1881, et 18, 309; 1883).

solides. Ainsi, si l'on admet l'accord de la théorie avec l'expérience, pour la vapeur de mercure, il faudrait en conclure que ses molécules sont des sphères; ce seraient des solides de révolution pour l'oxygène, l'hydrogène, l'azote, le carbone, et les acides chlorhydrique, iodhydrique et bromhydrique; et ce seraient des solides quelconques pour le chlore, le brome et l'iode.

Quant aux corps qui font exception à la théorie, ce sont en général des corps polyatomiques, comme la vapeur de phosphore: pour ceux-là les liaisons qui groupent les atomes en une molécule seraient beaucoup moins énergiques.

XI. *Expériences de M. Neyreneuf*. — A cette méthode, on doit aussi rattacher un intéressant Mémoire de M. Neyreneuf « *Sur la vitesse du son dans les vapeurs* ⁽¹⁾ » qui s'échappent des liquides en ébullition ». L'auteur mesure les longueurs d'onde dans ces vapeurs au moyen d'un procédé spécial « fondé sur le mode de fonctionnement d'une anche, relativement à la longueur de la colonne aériforme qui remplit le porte-vent ». Puis, au lieu de calculer la vitesse même du son, à l'aide de la formule $V = N\lambda$, il se sert de la formule (32 *ter*) pour calculer γ . En adoptant 1,41 pour l'air, il trouve 1,321 pour la vapeur d'eau à 100°; 1,14 pour l'alcool à 80°; 1,093 pour l'éther à 35°. Il fait remarquer la concordance du premier de ces nombres avec la valeur 1,33 calculée par Zeuner pour la vapeur d'eau, d'après les formules de la Thermodynamique.

XII. *Objections d'ordre général au principe de la méthode*. — Indépendamment des objections particulières qu'on peut faire, au point de vue expérimental, aux travaux fondés sur cette méthode, il y a deux objections qui leur sont communes, parce qu'elles s'adressent à leur principe même.

(¹) « *Sur la vitesse du son dans les vapeurs* », par M. Neyreneuf. (*Ann. Chim. et Phys.*, 6^e s., t. IX; 1886.)

En effet, la correction de Laplace, qui consiste à substituer à l'élasticité E le produit $p\gamma$, suppose d'abord que le gaz est parfait; elle suppose, en outre, que les ébranlements sonores qui se propagent dans le gaz sont infiniment petits. Dans le cas où ces ébranlements sont finis, les variations de pression et de volume ne peuvent plus être considérées comme des différentielles, et, au lieu d'exprimer le coefficient d'élasticité E par

$$E \left(-\frac{dv}{v} \right) = dp,$$

il faut l'exprimer par

$$E \left(\frac{v - v'}{v} \right) = p' - p.$$

Or, si l'on suppose que la transformation est adiabatique, on aura

$$p' - p = p \frac{v\gamma - v'\gamma}{v'\gamma},$$

ou, en posant

$$\begin{aligned} v' &= v(1 - \delta), \\ p' - p &= p[(1 - \delta)^\gamma - 1], \\ &= p \left[\gamma\delta + \frac{\gamma(\gamma+1)}{1.2} \delta^2 + \dots \right]. \end{aligned}$$

d'où, enfin,

$$E = p\gamma + p \frac{\gamma(\gamma+1)}{1.2} \delta + \dots$$

La formule de la vitesse du son, corrigée, sera donc, — dans le cas général des ébranlements finis, —

$$V = \sqrt{\frac{p}{\rho} \gamma \left(1 + \frac{\gamma+1}{1.2} \delta + \dots \right)}.$$

La formule de Laplace proprement dite, telle qu'elle a été employée par tous les expérimentateurs, ne convient qu'au cas des ébranlements infiniment petits. Comme l'a fait remarquer Regnault et comme il l'a démontré expérimentalement, la vitesse du son est plus grande pour les fortes intensités que pour les faibles intensités (1).

(1) Voir J. VIOLLE, *Traité d'Acoustique*, p. 54.

CHAPITRE V.

LES MÉMOIRES (suite).

Les méthodes indirectes : Emploi de diverses formules.

Autres formules susceptibles de servir à la détermination indirecte de γ . — Formules de la théorie cinétique des gaz : Calculs de Clausius, de Maxwell, de Boltzmann. — Formule de l'équivalent mécanique de la calorie : Calculs de Hirn (1861); Calculs d'Athanase Dupré (1863); Calculs de R.-C. Nichols (1873). — Méthodes fondées sur la détermination directe de c : Projet d'expériences de C.-K. Akin (1864); Expériences de Jamin et Richard (1870); Expériences de M. J. Joly : premier Mémoire (1891); deuxième et troisième Mémoires (1894). — Expériences de M. Silvio Lussana (1894).

I. *Autres méthodes indirectes.* — Outre la formule de la vitesse du son, qui a donné lieu aux méthodes indirectes les plus nombreuses et les plus importantes, plusieurs autres formules, parmi celles que j'ai énumérées précédemment, ont servi ou pourraient servir à la détermination indirecte de γ . Les unes donnent γ directement en fonction d'autres grandeurs physiques, les autres donnent directement c , la chaleur spécifique à volume constant, et comme la chaleur spécifique à pression constante est un nombre connu pour l'air et la plupart des gaz, elles permettent d'arriver indirectement à la connaissance de γ .

Parmi les premières, j'ai déjà cité celles de la théorie cinétique des gaz. On a déduit de celle de Clausius $\gamma = 1,66$ pour les gaz monoatomiques. D'après Maxwell, les molécules gazeuses complexes, mais élastiques et sphériques, se comportent comme des atomes; on a encore $K = H$ et $\gamma = 1,66$. Si les molécules cessent d'être sphériques, mais restent élastiques, on a $H = 2K$ et $\gamma = 1,333$. Enfin, j'ai dit, d'après Boltzmann, que, pour les molécules diatomiques, on a

$$\gamma \leq 1,33,$$

suivant que la quantité ε est ≥ 0 , et $\gamma < 1,33$ pour toutes les molécules gazeuses polyatomiques.

Je citerai, en outre, la formule de l'équivalent mécanique de la calorie, dont on a fait fréquemment usage.

Parmi celles qui donnent directement c , je citerai la formule

$$(18) \quad \Delta U = Jc(t_i - t_f).$$

Elle exprime la variation d'énergie interne du gaz parfait, en fonction de la variation des températures entre l'état initial et l'état final; et comme on a d'ailleurs, par définition,

$$\Delta U = dT - J dQ,$$

on conçoit qu'on puisse déterminer directement c en faisant subir au gaz une transformation *adiabatique*, dans des circonstances où l'on pourrait mesurer dT et $(t_i - t_f)$. Cette méthode n'a pas encore été employée pour la détermination directe de c . J'en exposerai ci-dessous quelques autres, appliquées, ou indiquées, surtout par des physiciens anglais, pour le même objet.

II. *Emploi de la formule de Clausius.* — 1° *Calculs de Hirn.* — Dès 1861, Hirn indiquait l'usage qu'on peut faire de cette formule pour déterminer γ en fonction de E .

« De fait, dit-il ⁽¹⁾, C_v (chaleur spécifique à volume constant) ne peut être déterminé directement, mais C_p l'a été avec beaucoup de soin par M. Regnault et trouvé sensiblement constant et égal à 0,2377 pour l'air; on a donc

$$C_v = 0,2377 - \frac{29,2851}{E} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{0,2377}{0,2377 - \frac{29,2851}{E}};$$

2° *Calculs d'Athanase Dupré.* — De même Athanase Dupré avait été conduit à calculer préalablement une va-

(1) HIRN, *Théorie mécanique de la chaleur*, t. I, p. 108.

leur de γ pour l'air atmosphérique. Il y était arrivé en employant « la relation bien connue, — dit-il, —

$$(K-1)c = \frac{10332,91 \times 0,00367}{1,293187 \times 437}$$

qui donne $K = 1,39335$, en prenant, d'après M. Regnault, $C = 0,2377$. Le nombre 437 est la valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur dont l'exactitude a été démontrée dans mes précédents Mémoires. »

Il est facile de retrouver dans la formule précédente la forme classique de la formule de Clausius : il suffit de remarquer que

$$1,293187 = \frac{1}{v_0}, \quad 10332,91 = p_0 \quad \text{et} \quad 0,00367 = \alpha,$$

et qu'on peut écrire $(K-1)c = C\left(1 - \frac{1}{K}\right)$.

3° *Calculs de R.-C. Nichols.* — Enfin, l'emploi de cette formule pour la détermination, sinon de γ , mais, ce qui revient au même, de $(C-c)$, fit l'objet d'un Mémoire anglais publié en 1873 ⁽¹⁾. Ce qui m'a frappé dans la lecture de ce Mémoire, — d'ailleurs très soigneusement écrit, — ce n'est pas la nouveauté des résultats, mais la sereine indifférence que l'auteur témoigne pour tous les travaux antérieurs. Ainsi, quoiqu'il écrive en 1873, après la publication de tous les travaux importants que j'ai analysés ci-dessus, il ne cite pas d'autres valeurs pour γ que

le nombre 1,348

qu'il attribue à *Clément et Desormes*, et les nombres de *Masson* :

1,419 (méth. directe) et 1,4122 (méthode de la vitesse du son).

⁽¹⁾ *On the Determination of the specific Heat of Gases and Vapours at constant volume*, by R.-C. Nichols, esq. (*Phil. Mag.*, série 4, vol. 46, p. 289 (1^{re} Partie) et p. 361 (2^e Partie); 1878.

Puis il réinvente le raisonnement de Marc Séguin et de Robert Mayer, d'où il déduit l'expression classique de $(C - c)$ à l'aide d'un calcul qui serait simple, s'il n'était notablement compliqué et alourdi par l'emploi des unités britanniques, si incommodes et si surannées.

« Il est évident, dit-il, que le travail mécanique qui équivaut à une élévation donnée de température à pression constante doit être égal à celui qui équivaut à l'élévation à volume constant, plus le travail d'expansion à pression constante. »

Puis il calcule successivement ces trois quantités : le travail d'expansion

$$p(V_1 - V) = \frac{0,002036 p V}{1 + 0,002036(t - 32)}$$

(p , pression du gaz par pied carré; V et V_1 , volumes en pieds cubes avant et après la détente); les travaux corrélatifs à l'élévation de 1° à pression constante et à volume constant :

$$\left. \begin{array}{l} \omega C \text{ 772} \\ \omega C_1 \text{ 772} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \omega, \text{ masse de 1 pied cube d'air à } 60^\circ \text{ F. et sous la pres-} \\ \text{ sion de 14,706 lbs.; } C \text{ et } C_1, \text{ chaleurs spécifiques;} \\ \text{ 772, équivalent mécanique.} \end{array}$$

Il exprime alors le raisonnement précédent par l'équation

$$772 \omega C = 772 \omega C + \frac{0,002036 p V}{1 + 0,002036(t - 32^\circ)},$$

d'où il déduit

$$C - C_1 = 0,06906,$$

d'où, en admettant $C = 0,2377$,

$$C_1 = 0,1680 \quad \text{et} \quad \frac{C}{C_1} = 1,409.$$

Je dois dire que, dans une Note complémentaire, publiée dans le même Volume, l'auteur convient de ceci que

sa formule équivaut à la formule générale

$$C - C_1 = \frac{\alpha}{\mu H}$$

(α , coefficient de dilatation, μ , masse du pied cube d'air, exprimée à l'aide d'une unité quelconque, à 32° F. et sous l'unité de pression par pied carré; H , équivalent mécanique de la calorie). Il ajoute que cette formule convient également au cas où α , μ , H sont exprimés en mètres et degrés centigrades; et enfin, qu'on peut l'écrire, en posant $r = \frac{C}{C_1}$,

$$C \left(1 - \frac{1}{r} \right) = \frac{\alpha}{\mu H}.$$

« C'est une relation, dit-il, entre les cinq grandeurs C , r , α , μ et H ; si l'on connaît quatre d'entre elles, la cinquième peut être obtenue sans autre détermination. » Et, calculant la valeur de μ d'après les données de Régnault, il trouve

$$\mu = 0,000038132, \quad C - C_1 = 0,069166, \quad C_1 = 0,16853 \\ r = 1,104.$$

III. *Projet d'expériences de C.-K. Akin.* — La première méthode qui ait été proposée pour déterminer directement c est due à C.-K. Akin (¹), qui ne l'a, d'ailleurs, jamais réalisée expérimentalement. Le principe en est fort ingénieux, et la publication n'en a pas été stérile.

Principe. — Soit une masse de gaz enfermée dans un récipient dont on suppose les parois imperméables à la chaleur et incapables de l'absorber, et inextensibles par pression. Si l'on chauffe ce gaz, au moyen d'une spirale de

(¹) *On a new Method for the direct determination of the specific Heats of Gases at constant volume*, by C.-K. Akin, esq. (*The London, Edinburgh and Dublin philosophical Magazine and Journal of Science*, t. XXVII, fourth S., p. 34; 1864).

platine, isolée en son milieu et traversée par un courant électrique, on réalisera une transformation à *volume constant*. Soient i l'intensité du courant, r la résistance de la spirale métallique, τ la durée de l'opération et χ un coefficient constant (qui dépend des unités choisies); la quantité de chaleur W versée par le courant sera exprimée par la formule

$$W = \chi r i^2 \tau.$$

D'autre part, on aura, par définition, en fonction de la chaleur spécifique à volume constant c , de la masse M du gaz et de l'élévation de température produite θ ,

$$W = M c \theta;$$

d'où

$$c = \chi r i^2 \tau \frac{1}{M \theta}.$$

Tel est l'essentiel de la méthode. L'auteur y ajoute des procédés accessoires, l'un pour déterminer χ et l'autre pour mesurer θ .

On déterminera χ à l'aide d'une expérience préliminaire: elle consiste à immerger la même spirale métallique dans une masse d'eau, et à mesurer l'échauffement θ_1 produit pendant une seconde par le passage du courant. On a, en considérant l'unité de masse,

$$\theta_1 = \chi r_1 i_1^2,$$

d'où

$$\chi = \frac{\theta_1}{r_1 i_1^2}$$

et

$$c = \frac{\theta_1}{\theta} \frac{r}{r_1} \frac{i^2}{i_1^2} \frac{\tau}{M}.$$

θ , étant évalué directement au thermomètre, on éva-

luera θ au moyen d'une mesure de pression. Si p, v, t sont les paramètres du gaz, dans l'état initial et P, v, t' après l'échauffement, on aura

$$pv = R \left(\frac{1}{\alpha} + t \right)$$

avec

$$Pv = R \left(\frac{1}{\alpha} + t' \right);$$

d'où

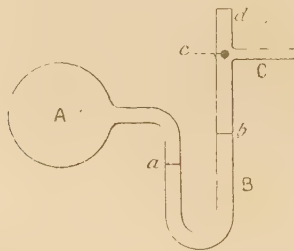
$$t' - t = \theta = (P - p) \frac{v}{R}.$$

Il suffira donc de mesurer le volume invariable v et la différence $(P - p)$ représentée par une colonne de mercure.

2° *Appareil.* — L'auteur examine ensuite comment il serait possible de réaliser les conditions de cette expérience, et il propose le projet d'appareil suivant,

L'enceinte à gaz est un ballon A, d'une substance rigide (*fig. 21*), communiquant avec un manomètre en siphon

Fig. 21.



B, dont la grande branche est fermée en d , munie d'un tube latéral abducteur C et d'un petit trou c , qui peut laisser passer l'air, mais non le mercure, contenu en ab . Lorsqu'on chauffera en A, le volume de l'air restera constant aussitôt que le mercure aura rempli la petite chambre

à air bd . A la fin de l'expérience, pour faire la lecture de la pression finale P , on mettra la chambre en communication avec un réservoir à air comprimé, par l'ajutage C , de manière à ramener le mercure à son niveau initial b .

L'auteur ne se dissimule pas les nombreuses causes d'erreur inhérentes à sa méthode : d'abord celles qui proviennent de la perte de chaleur par rayonnement et par conductibilité, puis celles qui résultent de la dilatation de l'enceinte à gaz par suite de l'élévation de température et de l'accroissement de pression intérieure, ainsi que des réactions d'élasticité que développent le ballon et le tube manométrique sous l'effort de cette pression. Mais il en prend bravement son parti en faisant remarquer « qu'aucune de ces difficultés signalées n'est plus grande que celles que l'on a l'habitude de rencontrer dans ce genre de recherches ». Il ne donne, du reste, aucun résultat numérique, n'ayant réalisé aucune expérience.

IV. *Expériences de MM. Jamin et Richard.* — On trouve cette méthode réalisée d'une manière pratique et exacte dans les expériences de MM. Jamin et Richard, qu'il faut y rattacher *logiquement* sinon *historiquement*, car je ne crois pas que ces auteurs aient eu connaissance du Mémoire précédent (¹).

1° *Principe.* — De même que Akin, Jamin chauffe une certaine masse de gaz, *sous volume constant*, à l'aide d'une spirale métallique parcourue par un courant d'intensité connue, et il mesure l'élévation de température de la masse en évaluant son accroissement de pression. Mais, comme il ne pense pas qu'on puisse éviter, ni corriger, l'énorme perte de chaleur qui se fait par rayonnement et conductibilité, pendant la durée de cette opération, il en

(¹) JAMIN et RICHARD, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXXI; 1870.

élimine les effets d'une manière très ingénieuse. Il répète la même opération, en versant *la même quantité de chaleur* dans *la même masse de gaz*, mais cette fois à pression constante, et il mesure l'élévation de température correspondante par la variation de volume. Et alors, au lieu de chercher à déduire de ces mesures les valeurs de C et de c , il en déduit immédiatement le rapport $\frac{C}{c}$; et non seulement il se dispense ainsi de mesurer la quantité de chaleur fournie par le courant, mais encore il élimine *presque* complètement les erreurs relatives aux pertes de chaleur.

J'ai indiqué ci-dessus la formule qui résume cette méthode

$$\gamma = \frac{\Delta T'}{\Delta T},$$

$\Delta T'$ et ΔT étant les variations de température produites successivement dans les deux opérations. Ces deux variations de température sont liées aux variations de volume et de pression correspondantes par les deux équations

$$\left. \begin{array}{l} \text{Transformation à pression} \\ \text{constante} \end{array} \right\} \dots\dots P(V + \Delta V) = R(T + \Delta T)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Transformation sous vo-} \\ \text{lume constant} \end{array} \right\} \dots\dots (P + \Delta P)V = R(T + \Delta T')$$

d'où l'on déduit

$$\frac{\Delta T'}{\Delta T} = \frac{P \Delta V}{V \Delta P},$$

d'où

$$\gamma = \frac{\frac{\Delta P}{P}}{\frac{\Delta V}{V}},$$

formule qui est analogue dans la forme, mais nullement équivalente à la formule adiabatique différentielle (15 bis).

2° *Appareil.* — L'appareil, dont j'emprunte la description à M. Bouty ⁽¹⁾, était très bien approprié par ses grandes dimensions à ce genre de mesures.

« Il se compose d'une grande cloche, de 60^{lit} de capacité, qui vient se placer exactement dans une gouttière circulaire pratiquée dans le support sur lequel elle repose. On rend la fermeture hermétique en versant dans la gouttière une quantité convenable de mercure.

» L'appareil calorifère est formé d'une résistance de fil de laiton ou de platine que l'on a tendu à l'intérieur de la cloche sur des fils de soie, collés sur le verre par leur extrémité.

» Le support est percé de quatre ouvertures. Les deux premières servent à introduire le gaz dans l'appareil et à le vider ; une troisième établit la relation avec un petit manomètre à eau de faible section ; la quatrième, qui est très large, communique, au moyen d'un robinet à large section, avec un gazomètre analogue à celui des usines à gaz. Si l'on veut opérer sur des gaz secs, on remplace l'eau du réservoir par de l'huile ou de l'acide sulfurique.

» Afin de donner plus de sensibilité à l'appareil, le poids du liquide déplacé par l'enveloppe du gazomètre est équilibré par une longueur convenable de chaîne, enroulée sur la poulie d'une machine d'Atwood. Cette chaîne est terminée par un contre-poids portant un index qui indique les variations du volume sur une règle divisée. L'appareil étant bien équilibré, quand on fait passer un courant dans les fils, on voit l'index du gazomètre descendre par suite de la dilatation du gaz, tandis que le manomètre n'indique aucune variation de pression. »

3° *Marche des expériences.* — « Pour faire l'expérience à pression constante, on fait passer le courant pendant une minute, en notant toutes les cinq secondes les positions de l'index ; on interrompt alors le courant, on observe encore l'index de cinq secondes en cinq secondes, et l'on construit, d'après cette dernière observation, une courbe qui permet de faire la correction du refroidissement.

» Lorsqu'on veut faire l'expérience à volume constant, on commence par faire sortir un peu de gaz de l'appareil, afin de

(1) *Cours de Physique de l'École Polytechnique*, par MM. Jamin et Bouty, t. II, 2^e fasc., p. 75.

commencer l'expérience à une pression inférieure à la pression atmosphérique ; dans ces conditions, on n'a pas à craindre que la cloche se soulève par suite de l'augmentation de pression ; on opère d'ailleurs exactement de la même manière que précédemment. »

4° *Calculs.* — « La formule qui exprime la méthode exige la connaissance du volume et de la pression initiales du gaz, ainsi que des variations ΔP et ΔV . Dans la deuxième expérience, ΔP est donné directement par le manomètre, à une correction près ; dans la première expérience, le mouvement Δl de l'index du gazomètre donne seulement une quantité proportionnelle à ΔV . Mais le rapport de Δl à $\frac{P \Delta V}{V}$ est un coefficient fixe de proportionnalité qu'il est facile de déterminer par des expériences préliminaires, analogues à celles que l'on exécute pour le volumètre de Regnault.

» On tiendra compte de la quantité de gaz chassée de la cloche, dans l'expérience sous volume constant, et l'on calculera la valeur exacte de ΔP , en remarquant que le poids de gaz a diminué dans le rapport des pressions initiales P et $P - \alpha$, qui règnent dans l'appareil avant l'introduction de la quantité de chaleur Q . Celle-ci aurait produit, sur la quantité de gaz employée dans la première expérience, une augmentation de pression ΔP , plus petite que l'augmentation ΔP observée dans le rapport $\frac{P - \alpha}{P}$. Il faut donc remplacer ΔP dans la formule de γ par la quantité

$$\Delta P_1 \frac{P - \alpha}{P}. \quad »$$

Résultats. — Ces expériences ont conduit aux valeurs moyennes suivantes :

Air = 1,41, Acide carbonique = 1,29, Hydrogène = 1,41.

V. *Expériences de M. J. Joly (premier Mémoire).* — Comme type de ce genre de méthodes, j'analyserai un Mémoire récent, très original et très ingénieux. Il a pour objet direct la détermination de la chaleur spécifique des gaz à volume constant ; mais on peut déduire, au moins pour l'air, des valeurs données pour c une valeur de γ ,

dans les conditions ordinaires de température et de pression ⁽¹⁾.

1° *Principe*. — M. Joly a pu appliquer aux gaz, grâce à un dispositif convenable, une méthode calorimétrique qu'il avait imaginée antérieurement pour les corps solides et liquides : c'est ce qu'il appelle la *Méthode calorimétrique de condensation* ⁽²⁾.

Un corps à la température initiale de l'atmosphère t_1 , étant subitement immergé dans de la vapeur maintenue saturée à une température plus élevée t_2 , enlève à ce milieu une quantité de chaleur égale à $WC(t_2 - t_1)$. (C , chaleur spécifique entre t_1 et t_2 , et W poids). D'autre part, un poids de vapeur ω , étant condensée, perd une quantité de chaleur $\omega\lambda$ (λ , chaleur latente à la température de l'expérience). On a donc l'équation

$$WC(t_2 - t_1) = \omega\lambda,$$

qui permet de calculer soit C soit λ , par l'observation des poids et des températures. L'auteur l'a utilisée pour la détermination des chaleurs spécifiques, et il s'est servi de la vapeur d'eau, d'abord parce que sa chaleur latente est connue avec précision, et puis parce qu'elle fournit une échelle de températures assez étendue.

2° *Appareils*. — L'auteur a successivement employé un calorimètre simple (*gravimetric calorimeter*), puis un calorimètre différentiel ; c'est ce dernier qui lui a exclusivement servi pour les gaz.

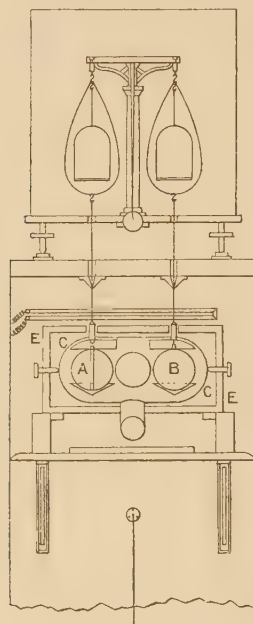
⁽¹⁾ *On the specific Heats of Gases at constant volume. Part I, Air, Carbon Dioxide and Hydrogen*, by J. JOLY, M. A., B. E., assistant to the Professor of civil Engineering, Trinity College, Dublin.

Communicated by Professor Fitz Gerald M. A., F. R. S., F. T. C. D. (*Philosophical Transactions of the L. S. of L.*, vol. CLXXXII; 1892.)

⁽²⁾ *On the Method of Condensation in Calorimetry*, by J. JOLY, etc. (*Proceedings of the Royal Society of London*, vol. XLI, p. 251 et p. 352; novembre 1886.)

Le calorimètre différentiel est constitué par deux réceptifs identiques, suspendus symétriquement aux deux bras du fléau de la même balance (*fig. 20*), l'un conte-

Fig. 20.



nant la substance en expérience et l'autre rempli d'air. Les deux réceptifs ont été préalablement comparés au point de vue calorimétrique, et ils ont été réglés de manière à avoir la même capacité calorifique, comme ils ont le même volume extérieur. Il en résulte que, quelle que soit la température du calorimètre, soit sec, soit plein de vapeur, l'ensemble des deux réceptifs et de leurs accessoires se maintient indéfiniment en équilibre, et l'on ne constate pas le moindre effet dû à une différence de rayonnement; et lorsque l'un des réceptifs contient la substance à étudier, l'inclinaison du fléau et le dépôt de rosée seront dus exclusivement à cette substance. Le ther-

momètre est introduit au milieu du calorimètre C entre les deux récipients, et comme celui-ci est fait en un métal bon conducteur, on a soin de l'enfermer dans une enveloppe en bois EE, de sorte qu'on peut admettre qu'une température uniforme s'y établit pendant un intervalle de temps notable.

Dans le cas où la substance est un gaz, les récipients sont deux sphères métalliques A et B, dont l'une contient le gaz plus ou moins comprimé. Les difficultés expérimentales consistent d'abord dans la réalisation d'une enveloppe à la fois *très légère, très rigide et parfaitement étanche*, puis dans le remplissage de ce récipient avec du gaz sec et pur, et au degré voulu de pression.

3° *Expérience.* — La substance étant en place, on tare tout le système qui est suspendu à la balance ; puis le calorimètre est placé tout autour, de manière que le fil de suspension passe librement par l'ouverture, laquelle est bouchée ensuite à l'aide d'une matière absorbante (plâtre de Paris). On mesure alors la température initiale t_1 , en introduisant dans l'enceinte un thermomètre au $\frac{1}{10}$, qu'on laisse assez longtemps pour qu'il se mette parfaitement en équilibre avec la substance. On amène ensuite un vif courant de vapeur qui remplit le calorimètre en un instant. Lorsque le nouvel équilibre de température est atteint, on mesure l'accroissement de poids dû à la vapeur condensée : la persistance de l'équilibre de la balance est une preuve de l'équilibre thermique entre la substance et la vapeur. On n'a plus qu'à observer t_2 , soit directement à l'aide d'un thermomètre placé dans la chaudière, soit indirectement à l'aide d'un baromètre qui donne la pression actuelle, d'où l'on déduit la température de la vapeur saturée à cette tension (Tables de Regnault).

4° *Corrections.* — Les résultats bruts de la mesure sont soumis à certaines corrections. L'une est relative à la dilatation du ballon en cuivre, laquelle est due d'abord à

l'élévation de température, puis à la distension élastique causée par l'accroissement de force élastique du gaz. De plus, il faut s'assurer que l'égalité de capacité thermique des deux récipients, qui avait été constatée préalablement lorsque chacune des sphères était remplie de gaz à la pression atmosphérique, a persisté lorsque l'une d'elles a été remplie de gaz sous pression (1).

L'auteur a choisi trois gaz pour leur appliquer sa méthode : l'air atmosphérique, qui est le type des gaz sensiblement parfaits ; l'acide carbonique, qui est le type des gaz imparfaits et qui présente, de plus, l'avantage d'avoir été bien étudié et d'être bien connu dans ses autres propriétés ; l'hydrogène, qui se comporte, vis-à-vis de la loi de Boyle-Mariotte, de manière à prouver qu'il occupe une place à part parmi les gaz parfaits. M. Joly a étudié ces trois gaz à des pressions variables comprises entre 7 atm. et 25 atm. ; la température n'a pas sensiblement varié ; elle est restée comprise entre la température ordinaire ambiante et celle de la vapeur d'eau à la pression ordinaire.

5° *Résultats.* — Le résultat général de ces expériences, c'est que, contrairement à l'opinion généralement admise, *c n'est pas constant.*

Pour l'air en particulier, C_v (ou c) croît, en même temps que la pression, entre les limites de 10 atmosphères à 30 atmosphères et à la température moyenne de 50° : on peut représenter C_v , en fonction de la densité ρ , par la formule empirique

$$C_v = \rho. 0,02788 + 0,17151.$$

Pour l'acide carbonique, il y a une fonction analogue, également linéaire, avec d'autres coefficients,

$$C_v = \rho. 0,2064 + 0,16577.$$

(1) *On the possibility of accurate Determinations (loco citato)*, p. 74.

Pour l'hydrogène, la formule empirique n'a pas pu être déterminée, à cause, d'une part, de la difficulté — dit l'auteur — d'obtenir ce gaz dans un état de pureté suffisante et, d'autre part, des altérations notables qui sont apportées dans les résultats, même par de faibles impuretés; mais le sens du phénomène n'est pas douteux: la chaleur spécifique de l'hydrogène *n'est pas constante*; elle *diminue* (au lieu d'augmenter, comme celle des autres gaz) quand la densité *augmente*.

Je ne suivrai pas l'auteur dans les conséquences théoriques qu'il déduit de ses mesures, car tel n'est pas l'objet de mon Mémoire; mais il déduit de ses Tableaux, par extrapolation, une valeur de c pour l'air, qui va me permettre de calculer une valeur correspondante de γ .

« Si l'on admet, dit-il, que la chaleur spécifique à volume constant est une fonction linéaire de la pression, les données des expériences VI, VII, VIII et IX donnent pour C_v la valeur 0,1754 pour la pression de 1 atmosphère. »

Or, si je divise par ce nombre la valeur donnée par Regnault pour C_p , j'ai

$$\gamma = \frac{0,2377}{0,1754} = 1,386$$

et, en prenant la valeur donnée par Wiedemann,

$$\gamma = \frac{0,2389}{0,1784} = 1,366$$

6° *Conclusions.* — Il est assez remarquable de voir que cette méthode indirecte conduit à des valeurs de γ , analogues à celles des premiers expérimentateurs, et notablement plus faibles que celles des Mémoires ultérieurs. Mais quel est le degré de confiance qu'on peut ajouter à la précision de la méthode et par suite à la valeur des résultats? Si l'on s'en tient à la discussion approfondie que l'auteur lui-même fait de ses procédés, il faudrait

accorder à la méthode de condensation « un degré élevé de sensibilité et d'exactitude, comparable, sinon supérieur, à celui de toutes les autres méthodes calorimétriques ». Mais il fait lui-même à sa méthode — en tant qu'elle est appliquée aux gaz — une objection capitale et à laquelle il ne m'a pas paru répondre victorieusement.

« Quelque léger que soit le récipient qui contient le gaz, son poids peut souvent dépasser celui du gaz, de sorte que, quelle que soit la chaleur spécifique un peu plus élevée qu'on puisse attribuer à celui-ci, la capacité calorifique du gaz se trouve n'être qu'une fraction de celle du récipient qui le contient. »

Et il en donne lui-même un exemple topique.

« Si nous prenons le cas de la sphère B et qu'on la suppose remplie d'air à une pression de 22 atmosphères à t_1 , laquelle s'élève à 30 atmosphères à t_2 , la proportion obtenue entre le poids de vapeur précipité par le récipient et celui de vapeur précipité par l'air est la suivante :

B et sa coupelle pèsent environ 100^{gr}; sa chaleur spécifique peut être considérée comme égale à 0,094 : au-dessus de 85°, la condensation de B est donc égale à 1^{gr},5. D'autre part, leur contenu en B pèse 4^{gr},2854 et la vapeur condensée par l'air est de 0^{gr},110; c'est donc $\frac{1}{13}$ seulement de la vapeur condensée qui est due à l'air. Mais, comme nous avons dû nous servir de la sphère B à des pressions plus basses que celle-ci et de la sphère A à des pressions encore plus hautes, il est nécessaire de considérer cette proportion comme s'abaissant à $\frac{1}{10}$. »

VI. *Expériences de M. Joly : deuxième et troisième Mémoires.* — M. Joly annonçait dans son Mémoire de 1891 une deuxième Partie, consacrée à l'étude de la variation de c pour l'acide carbonique, porté à des pressions considérables, mais à la température constante de 100°, et une troisième Partie, consacrée à l'étude de cette variation, lorsque l'acide carbonique est porté à des températures élevées sous pression constante. Ces deux Mémoires

ont été, en effet, présentés à la Société Royale de Londres en 1894.

Dans le premier ⁽¹⁾, M. Joly confirme les résultats qu'il avait précédemment trouvés : la chaleur spécifique à volume constant croît dans le même sens que la pression, d'après la formule empirique suivante :

$$C_v = 0,1650 + 0,21255p + 0,3405p^2.$$

Cette formule est plus générale que la précédente ; elle comprend les résultats de l'expérience jusqu'à une densité de l'acide carbonique gazeux égale à 0,150 (environ 67^{atm}) et entre les températures de 12°C. à 100°C.

Dans le deuxième Mémoire ⁽²⁾, M. Joly arrive à cette conclusion que *c décroît* quand la température *s'élève* ⁽³⁾. Par exemple, pour la densité de 0,124, C_v est représenté par la formule empirique

$$C_v = a + 2b(100 - t) + 3c(100 - t^2),$$

où

$$a = 0,19020000; \quad b = -0,00006750; \quad c = 0,00000182.$$

VI. *Expériences de M. Silvio Lussana.* — A ce genre de méthodes indirectes on peut rattacher un important Mémoire, récemment publié à Padoue, sur les chaleurs

⁽¹⁾ *On the specific Heats of Gases at constant volume*; Part II, *Carbon dioxide*, by J. JOLY, etc. (*Phil. Trans.*, etc., vol. CLXXXV; 1894).

⁽²⁾ *On the specific, etc.*; Part. III, *The specific Heat of Carbon dioxide as a fonction of Temperature* (*Phil. Trans.*, etc., vol. CLXXXV; 1894).

⁽³⁾ Ce résultat est conforme aux conséquences d'une formule de Rankine, relative à la chaleur spécifique C_v d'un gaz imparfait, à savoir :

$$C_v = C'_v \frac{2a}{T.V};$$

a est une constante, C'_v est ce que Clausius appelle la *chaleur spécifique vraie*.

spécifiques des gaz à pression constante; car il fournit des valeurs de C qui permettent de calculer des valeurs de γ en se servant des valeurs correspondantes de c .

M. Silvio Lussana ⁽¹⁾ a étudié soigneusement, par la méthode des mélanges et à l'aide d'un appareil nouveau, fort ingénieusement installé, l'influence de l'accroissement de pression sur la valeur de C , pour l'air, l'hydrogène, l'acide carbonique, le méthane, le protoxyde d'azote et l'éthylène.

Pour tous ces gaz, il a trouvé que C augmente en même temps que la pression et presque *proportionnellement*.

Pour l'air, en particulier, les résultats obtenus entre 6^{atm} et 32^{atm} sont représentés par la formule empirique

$$C = 0,23707 + 0,001498(p - 1),$$

qui donne $C = 0,2371$, à la pression atmosphérique ordinaire, nombre un peu plus faible que celui de Regnault, $0,2374$.

Si je divise ce nombre par la valeur correspondante de c , donnée par M. Joly, à savoir $0,1754$, j'obtiens une nouvelle valeur de γ

$$\gamma = \frac{0,2371}{0,1754} = 1,352$$

Si je prends dans les Tableaux d'expériences deux valeurs de C et de c , correspondantes à une même pression élevée, 26^{atm} , 6 , je trouve

$$C \text{ (Lussana)} = 0,2758,$$

$$c \text{ (Joly)} = 0,1723;$$

d'où

$$\frac{C}{c} = 1,60.$$

(1) *Sul calore specifico dei Gas; Ricerche sperimentali del Dott. SILVIO LUSSANA (Nuov. Cim., 3^e série, vol. XXXVI; 1894).*

Il semble donc résulter de là que γ ne serait pas indépendant de la pression et qu'il varierait notablement *dans le même sens que la pression*. Je rappelle à ce propos que, d'après les expériences de Wüllner, γ ne serait pas indépendant de la température, mais qu'il varierait *en sens inverse de la température*, entre 0° et 100°.

TROISIÈME PARTIE.

MES RECHERCHES.

CHAPITRE I.

PRINCIPE DE LA MÉTHODE ET DE L'APPAREIL.

Objections générales aux méthodes antérieures. — Principe de ma méthode : Compression d'une masse de gaz constante ; application de la deuxième formule de Rcech ; réduction de la durée de l'expérience. — Principe de mon appareil : mesure statique de la variation de pression adiabatique ; mesure indirecte de la variation de pression isotherme. — Formule expérimentale de ma méthode. — Analogies de mes recherches avec quelques travaux ou essais antérieurs : travaux de Regnault, de Witte, de M. Amagat et de M. Paquet ; Note de M. Silvanus P. Thompson ; nouvelle interprétation de la formule dite de Clément et Desormes ; Note de J. Moutier ; Note de M. Marcel Deprez.

I. *Objections générales aux méthodes antérieures.* — Il y a bien loin, comme on le voit, de ces appareils modernes perfectionnés et de leurs manipulations complexes au ballon primitif de Desormes et à la simple manœuvre de son robinet. Il n'est pas douteux que des progrès aient été ainsi réalisés dans l'application de la méthode ; mais il est discutable que ces progrès soient en proportion des complications ; j'espère même démontrer qu'on pouvait

perfectionner beaucoup plus la détermination de γ en la compliquant beaucoup moins. En dehors des causes d'erreur ou d'incertitude particulières aux méthodes que j'ai analysées ci-dessus, il y a des objections générales à leur faire, l'une d'ordre théorique et les autres d'ordre expérimental.

1° Remarquons, en premier lieu, que toutes les méthodes directes et toutes les méthodes indirectes sont fondées sur l'application aux gaz réels de formules qui n'ont été démontrées ou admises que pour le gaz parfait. On commet donc nécessairement une erreur en substituant aux coefficients théoriques, dans ces formules, des données numériques fournies par l'expérience. Aucun des expérimentateurs, sauf Röntgen, ne paraît s'être préoccupé du défaut originel de ces méthodes, et Röntgen, qui l'a signalé nettement, n'a pas cherché à en corriger les effets. Ceux-ci sont d'autant plus marqués que l'on a introduit dans les formules des valeurs numériques plus notables des grandeurs à mesurer. On se rappelle, par exemple, que Cazin a démontré que la loi de détente des gaz réels n'est exprimée à peu près exactement par l'équation de Laplace que pour de *faibles surpressions initiales*, tandis qu'elle en diverge notablement pour des surpressions un peu fortes. L'emploi des formules adiabatiques à termes finis, qui a donné aux expérimentateurs l'*illusion* de pouvoir faire varier les paramètres dans des limites étendues, est donc *moins légitime* que l'emploi des formules approchées, à termes très petits, dont le type est la formule dite de Clément et Desormes

$$(31) \quad \gamma = \frac{h_i}{h'_i - h_m},$$

2° Les objections d'ordre expérimental, qui sont communes à toutes les méthodes directes, sont relatives à l'imparfaite réalisation de deux conditions essentielles :

L'adiabatisme de la transformation (détente ou compression) que l'on fait subir aux gaz en expérience ;

Le maintien de la constance des conditions ambiantes de température et de pression, pendant la durée de la transformation.

Il est vrai que les expérimentateurs ont porté leurs efforts, soit sur les précautions à prendre pour assurer l'isolement thermique de l'enceinte à gaz, soit sur la correction des effets du rayonnement extérieur, soit sur le choix des circonstances de lieu et de temps les plus favorables à la constance de la température et de la pression ambiantes ; mais ils ont négligé, dans une certaine mesure, le facteur essentiel du succès, je veux dire la rapidité de l'expérience. Il est évident, en effet, que la meilleure, sinon la seule manière d'annuler ces causes d'erreur ou de les réduire au minimum, c'est de réduire au minimum la durée totale de l'expérience.

Laplace évaluait à *une tierce sexagésimale*, c'est-à-dire à $\frac{1}{60}$ de seconde, la durée des phases de compression et de décompression successives que subit l'air atmosphérique sur le passage des ondes sonores, et c'est cette courte durée qu'il considérait comme une préliminaire et une condition de l'adiabatisme de la transformation. Or, on a vu précédemment combien peu les expérimentateurs ont cherché à se rapprocher de cette limite. Pour ceux qui ont appliqué directement les formules adiabatiques, la durée totale de l'expérience se réduisait à la durée de la transformation elle-même, et celle-ci ne pouvait pas descendre au-dessous du minimum qui était nécessaire pour réaliser une détente *complète* ou une détente *de grandeur donnée* : or elle n'a guère été inférieure à 0,2 ou 0,3 seconde. Pour ceux qui ont appliqué la méthode dite de *Clément et Desormes*, la durée totale de l'expérience s'allongeait de celle de la phase de retour à l'isotherme initiale : aussi était-elle de 10 minutes du

temps de Gay-Lussac, et elle est allée jusqu'à 30 minutes dans les expériences si soignées de Röntgen. On conçoit que le luxe des précautions qu'on a employées pour se mettre à l'abri des variations atmosphériques n'était pas un luxe inutile.

3° Quant aux méthodes indirectes, elles n'échappent à ces dernières causes d'erreur que pour retomber dans d'autres de même nature et de même importance; car la mesure de grandeurs, telles que la vitesse du son dans les gaz ou l'équivalent mécanique de la calorie, comporte aussi certaines approximations, et celles-ci sont transportées ensuite dans la valeur de γ qu'on en déduit au moyen des formules.

II. *Principe de ma méthode.* — Dans le choix d'une méthode de détermination de γ , j'ai donc porté toute mon attention d'abord sur ces deux points : éviter l'emploi d'une formule ne s'appliquant rigoureusement qu'au gaz parfait; réduire à un instant la durée de l'expérience; et j'ai considéré, en outre, comme essentiel d'empêcher toute rentrée ou sortie de gaz pendant la durée de la transformation.

1° *Compression d'une masse constante de gaz.* — J'ai opéré sur une masse constante du gaz que j'ai comprimée adiabatiquement dans un vase clos, à l'aide d'un piston solide : j'ai supprimé ainsi la double cause d'incertitude qui est commune à toutes les méthodes genre Clément et Desormes, sauf celle de Regnault, à savoir l'altération chimique et la perturbation thermique du gaz soumis à la transformation.

2° *Emploi de la formule de Reech :* J'ai dirigé mon expérience de manière à pouvoir en exprimer les données à l'aide de la deuxième formule de Reech

$$(24 \text{ bis}) \quad \gamma = \frac{dp_g}{dp_t},$$

dont j'ai précédemment indiqué l'origine et expliqué le sens. Cette formule, ayant été établie *pour une substance quelconque*, peut légitimement être appliquée à une transformation d'un gaz réel, à la condition, toutefois, qu'on reste dans les limites où l'on peut *pratiquement* introduire dans une formule à termes différentiels des variations *finies* des variables. J'ai pu écrire et employer la formule

$$(24 \text{ ter}) \quad \gamma = \frac{\Delta p_q}{\Delta p_t},$$

en m'imposant l'emploi de très petites variations de pression Δp : elles sont toujours restées, dans mes expériences, entre les limites moyennes de 3^{mm} à 6^{mm} de mercure, et elles n'ont jamais atteint 10^{mm} (1).

3° *Réduction de la durée totale de l'expérience* : Mon expérience complète comprenait donc deux phases successives : production d'une certaine compression *adiabatique* et mesure de la variation de pression correspondante Δp_q ; production de la *même* compression *isotherme* et mesure de la variation de pression correspondante Δp_t . Je suis parvenu à en réduire considérablement la durée totale à l'aide d'une série de perfectionnements d'ordre expérimental.

D'abord j'ai raccourci notablement la phase de compression, en substituant à la manœuvre plus ou moins lente d'un robinet la poussée automatique d'un piston par la détente d'un ressort. Puis j'ai retranché de l'expérience proprement dite l'opération de la mesure de Δp_q , en substituant au procédé de mesure *dynamique* de mes devanciers un procédé de mesure *statique* qui permettait de faire la lecture du manomètre après (ou même avant) la phase

(1) On a vu, dans les Mémoires antérieurs, que les surpressions allaient jusqu'à 16^{mm} (Gay-Lussac, Röntgen), 19^{mm} (Zaquet), de 80 à 172^{mm} (Lummer et Pringsheim), et même 456^{mm} (Hirn).

de compression. Enfin, j'ai complètement supprimé la phase de compression isotherme, en substituant à la mesure directe de la variation de pression isotherme Δp_t un procédé très précis d'évaluation indirecte.

En somme, la durée totale de mon expérience se réduisait à celle de la compression adiabatique, et celle-ci a varié entre $\frac{4}{12}$ et $\frac{4}{30}$ de seconde. Elle était mesurée, ou mieux inscrite, dans chaque cas, à $\frac{1}{148}$ de seconde près, à l'aide d'un diapason enregistreur qui faisait 148 vibrations simples à la seconde. Si donc on ne compare que les durées des phases adiabatiques, les miennes ont été de 15 à 20 fois plus courtes que celles de mes devanciers; mais, si l'on compare les durées totales des expériences, ce qui est légitime dans le cas actuel, on voit que la réduction que j'ai réalisée est dans le rapport de $\frac{4}{30}$ de seconde à 30 minutes.

4° *Autres précautions accessoires.* — Étant donnée cette courte durée, j'aurais pu me dispenser de prendre les mêmes précautions que mes devanciers pour m'assurer à la fois de l'adiabatisme de la transformation et de la constance des conditions ambiantes de température et de pression; mais je n'ai pas négligé les plus importantes d'entre elles. D'abord, j'ai choisi comme enceinte adiabatique un ballon de verre d'une cinquantaine de litres, et je l'ai entouré d'une boîte épaisse en chêne dont j'ai bourré les interstices d'ouate en feuilles. Et je me suis assuré que le rapport $\frac{S}{V}$, relatif à ce ballon, — sur lequel Röntgen avait justement appelé l'attention —, était convenable au point de vue adiabatique, au moins dans les conditions de durée de mon expérience; car une série d'expériences d'essai, que j'avais faites, dans les mêmes conditions de durée, sur un ballon qui n'avait guère que 30^{lit}, m'avaient donné des résultats numériques sensiblement égaux à mes résultats définitifs. Mais la meilleure garantie d'adiabatisme a toujours été pour moi *la courte*

durée de chaque expérience. Je me suis assuré d'avoir atteint une limite convenable, en la faisant varier, du simple au double, dans d'autres séries d'expériences d'essai ; les nombres que j'ai trouvés alors pour γ n'ont pas sensiblement été différents, sauf pour l'hydrogène.

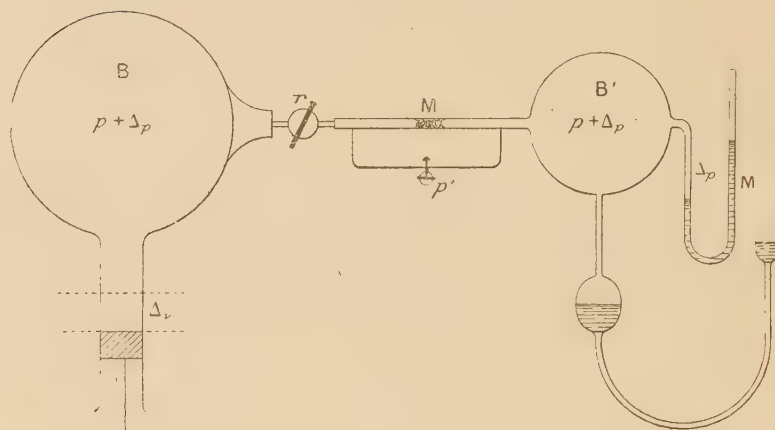
Enfin, les conditions atmosphériques ne pouvaient guère varier pendant la durée d'une expérience, car je faisais les lectures barométrique et thermométrique immédiatement avant de réaliser la compression ; toutefois, conformément aux indications de Masson et de Regnault, j'ai pris le soin de renoncer à expérimenter les jours où le baromètre offrait une allure irrégulière et troublée.

III. *Principe de mon appareil.* — La construction de mon appareil a été naturellement dirigée de manière à réaliser, aisément et exactement, les principes de ma méthode. Il s'agissait de soumettre une masse invariable de gaz à une compression extrêmement rapide dans une enceinte close et thermiquement isolée. On devait pouvoir mesurer à loisir, une fois la transformation effectuée, la surpression finale adiabatique Δp_q , et cela par un procédé *statique*, qui fût exempt des perturbations variées d'une mesure faite *à la volée*, pendant que le gaz est en état dynamique de transformation. Il fallait enfin évaluer la surpression isotherme Δp_t par un procédé indirect, qui permît de supprimer la phase plus ou moins lente de retour à la température ambiante avec son cortège d'incertitudes d'erreurs.

Je viens d'indiquer, à grands traits, comment je comprimais une masse constante de gaz dans un vase clos et imperméable à la chaleur ; je compléterai cette description sommaire plus loin en donnant les détails de construction de cette partie de mon appareil. Mais d'après un simple schéma de l'ensemble (*fig. 21*), je pourrai faire comprendre comment j'ai réalisé les deux autres caractères essentiels de ma méthode.

1° *Mesure statique de Δp_q .* — Supposons qu'on ait un manoscope M⁽¹⁾, de volume négligeable, et qu'on le fasse communiquer, d'une manière permanente, avec une enceinte à pression constante B' et d'une manière intermittente avec le ballon à expérience B. Cette dernière communi-

Fig. 21.



cation n'ayant lieu qu'à l'instant précis où la transformation adiabatique est terminée, si l'on a réalisé d'avance par un moyen quelconque⁽²⁾, dans l'enceinte B', précisément la pression finale p_f (égale à $p + \Delta p_q$), le manoscope indiquera cette égalité : la détermination de p_q (ou de Δp_f) se réduira simplement à la constatation d'un équilibre ou d'un zéro. On aura ensuite tout le loisir de

(¹) J'appelle *manoscope* un appareil propre à indiquer si deux enceintes à gaz sont à la même pression. Quelle que soit la forme adoptée pour cet appareil, il comprend nécessairement deux compartiments distincts qu'on peut faire communiquer séparément avec chacun des milieux dont on veut comparer les pressions. J'en ai construit plusieurs, qui seront décrits ci-dessous.

(²) J'ai figuré, par exemple, le dispositif de la pompe à mercure.

mesurer à l'état statique, à l'aide du manomètre M', la pression réalisée dans l'enceinte auxiliaire : il suffit que le manoscope soit *sensible*.

2° *Mesure indirecte de Δp_t* . — J'aurais pu mesurer directement Δp_t . Il aurait suffi de laisser le gaz reprendre lentement la température initiale, et de le remettre en communication, à ce moment, avec le manomètre. Mais je serais retombé alors dans la méthode de Clément et Desormes, j'aurais compliqué ma phase de compression adiabatique d'une phase de retour à l'isotherme initiale et je me serais exposé à toutes les causes d'erreur que cette manipulation comporte. J'ai préféré — et j'ai pu — m'en affranchir, en substituant, à cette mesure incertaine de la pression isotherme, une *simple mesure de volumes*; j'ai eu l'avantage d'exécuter cette mesure à loisir, — et une fois pour toute la série de mes recherches, — avec les instruments et les procédés de haute précision dont les physiiciens disposent pour cet objet. Voici en quoi consiste mon procédé.

Comme on connaît, d'après les expériences de Regnault et de M. Amagat, la véritable loi de compressibilité isotherme de l'air et de la plupart des gaz, on peut calculer rigoureusement la variation de pression Δp_t , corrélatrice d'une variation déterminée de volume. Dans mes expériences, je prenais la masse de gaz dans les conditions initiales : p (pression barométrique) et $V + \Delta V$ (volume du ballon augmenté du volume du corps de pompe), et je l'amenais au volume final V : la pression finale du gaz, à température constante, était $p + \Delta p_t$. Or, on avait, en appelant ε l'écart de compressibilité correspondant aux limites de l'expérience,

$$\frac{p(V + \Delta V)}{(p + \Delta p_t)V} = 1 + \varepsilon, \quad \text{d'où} \quad \Delta p_t = \frac{p(\Delta V - \varepsilon V)}{V(1 + \varepsilon)}.$$

IV. *Formule expérimentale de ma méthode*. — Pour
G. M. 23

avoir la formule définitive qui caractérise ma méthode, au point de vue expérimental, il suffit de porter cette valeur de Δp_t dans la formule de Reech. Il vient

$$\gamma = \frac{\Delta p_q}{\Delta p_t} = \frac{\Delta p_q}{\frac{p(\Delta V - \varepsilon V)}{V(1 + \varepsilon)}} = \frac{V \Delta p_q}{p(\Delta V - \varepsilon V)} (1 + \varepsilon).$$

On peut écrire cette formule sous la forme générale

$$(32) \quad \gamma = \frac{\frac{\Delta p}{p}}{\frac{\Delta V}{V} - \varepsilon} (1 + \varepsilon).$$

Elle exprime directement γ en fonction de la variation adiabatique de pression, Δp_q , corrélatrice de la variation de volume ΔV , de la pression p et du volume V initiaux, et de l'écart de compressibilité ε qui caractérise le gaz dans les limites de la compression qu'on lui fait subir.

On calcule ε d'après le Tableau de Regnault; $\frac{\Delta V}{V}$ est déterminé d'avance, à loisir, une fois pour toutes; p est lu au baromètre avant chaque expérience; Δp_q est lu au manomètre après chaque expérience : celle-ci ne dure donc qu'un instant, le temps nécessaire à la détente du ressort compresseur.

V. *Analogies de mes recherches avec quelques travaux ou essais antérieurs.* — Ma méthode était ainsi établie jusque dans ses détails, mon appareil était construit et fonctionnait depuis longtemps au Laboratoire des Recherches (Physique) de la Sorbonne, lorsque j'ai eu connaissance de quelques travaux, ou simples essais, ayant trait à mes expériences. Je me suis fait un devoir de les citer et de les analyser exactement dans ce Mémoire, voulant ainsi marquer d'un trait plus juste, mais plus net, la part qui me revient dans l'avancement de cette grande question de la détermination de γ .

1° *Travaux de Regnault, de Witte, de M. Amagat, de M. Paquet.* — On a pu voir, dans les travaux de Regnault, de Witte, de M. Amagat et de M. Paquet, les analogies qu'ils présentent avec mes expériences au point de vue de leur principe; on verra combien ils en diffèrent, au point de vue de l'exécution, par la description détaillée que je ferai ci-dessous de mon dispositif expérimental. Je donne une place à part au travail de M. Amagat qui a, le premier, nettement rompu avec la méthode dite de *Clément et Desormes*, et le premier appliqué directement l'équation adiabatique de Laplace ⁽¹⁾.

2° *Note de M. Silvanus P. Thomson.* — Au point de vue du principe même de ma méthode, je puis la rattacher à un *projet d'expériences*, présenté par le Professeur Silvanus P. Thomson, au Congrès de l'Association britannique pour l'avancement des Sciences de 1887, à Manchester ⁽²⁾.

» La méthode proposée pour déterminer le rapport des *deux élasticités* de l'air était, — dit-il, — une modification de celle de *Clément et Desormes* (*sic*). Un volume d'air *supplémentaire* connu (*sic*) était introduit brusquement dans un grand récipient en verre, au moyen d'un piston se mouvant dans un cylindre. La surpression qui en résultait était observée dans un manomètre, d'abord avant que la chaleur ait eu le temps de s'échapper, ensuite après que la température initiale eut été atteinte de nouveau.

(1) J'ai d'ailleurs grand plaisir à reconnaître sa priorité sur certains points, parce que j'ai eu la bonne fortune d'avoir M. Amagat pour compagnon de laboratoire, pendant la période de mes mesures définitives, et qu'il a mis à mon service, avec une complaisance sans bornes, son habileté d'observateur et son ingéniosité de physicien : je suis heureux d'avoir ici l'occasion de l'en remercier cordialement.

(2) Prof. SILVANUS P. THOMPSON, D. Sc., « *On the Ratio of two Elasticities of Air* » (*Report of the fifth y seventh meeting of the British Association for the advancement of Sciences, held at Manchester in august and september 1887. Transactions of section A, p. 581*)

» Les principes de Thermodynamique, appliqués à ces expériences, donnent

$$(1) \quad p v = p_1 v_1 = b \quad \text{et} \quad (2) \quad p' v^\gamma = p_1 v_1^\gamma = a,$$

d'où

$$(3) \quad \frac{a}{b} = \frac{p_1 v_1^\gamma}{p_1 v_1} = v_1^{\gamma-1}.$$

» En différenciant (1) et (2) par rapport à v_1 et divisant l'un des résultats par l'autre, il vient

$$\frac{dp'}{dp} = \frac{a}{b} \gamma v^{\gamma-1}, \quad \text{d'où} \quad \frac{dp'}{dp} = \gamma. \quad »$$

Le nom de Reech n'est pas prononcé, sa formule n'est pas citée, mais il n'en est pas moins vrai que le résultat final est le même. D'ailleurs, pas de discussion d'ordre expérimental, pas d'appareil, pas d'expériences, pas de résultats.

3° *Nouvelle interprétation de la formule dite de Clément et Desormes.* — *Note de M. J. Moutier.* — Ce qui a réellement appelé mon attention sur l'emploi de la formule de Reech, c'est que j'ai pu rattacher à cette formule, par une interprétation nouvelle, la formule caractéristique de la méthode dite de Clément et Desormes.

On a, toutes réductions faites,

$$\gamma = \frac{h_i}{h_i - h_m}.$$

Or on a

$$h_i = H - (H - h_i);$$

c'est la différence entre la pression initiale $H - h_i$ et la pression finale H de la phase adiabatique; elle correspond à la variation de volumes ($v_i - v_f$) de l'unité de masse du gaz : c'est donc le Δp_q de la formule de Reech.

De même on a

$$h_i - h_m = (H - h_m) - (H - h_i);$$

c'est la différence entre la pression initiale $(H - h_i)$ de la phase adiabatique et la pression finale $(H - h_m)$ de la phase isotherme. A ces deux états correspondent les volumes spécifiques v_i et v_f , et une même température t_i ; la variation de pression $(h_i - h_m)$ est donc corrélative de la même variation de volume que précédemment, mais celle-ci réalisée à température constante : c'est le Δp_t de la formule de Reech.

On peut résumer ce qui précède en écrivant

$$\gamma = \frac{h_i}{h_i - h_m} = \frac{H - (H - h_i)}{(H - h_m) - (H - h_i)} = \frac{\Delta p_q}{\Delta p_t}.$$

Remarque. — Je dois dire que j'ai trouvé, après coup, dans le *Bulletin de la Société philomathique*, une interprétation de l'expérience de Desormes, due à M. J. Moutier, qui conduit, par une voie moins directe et moins simple, à la même conclusion ⁽¹⁾.

4° *Note de M. Marcel Deprez.* — Enfin, dans une Note de M. Marcel Deprez, parue aux *Comptes rendus* ⁽²⁾, j'ai trouvé un dispositif expérimental dont le principe rappelle mon procédé de mesure statique. Il s'agit d'un moyen de déterminer l'instant t où la force élastique de la vapeur qui se détend dans le cylindre d'un indicateur de Watt prend une valeur déterminée d'avance. Pour cela, M. Marcel Deprez charge le piston d'un poids égal à cette pression, et limite la course de celui-ci entre deux arrêts très rapprochés. On enregistre le temps, à partir de l'admission de la vapeur, et l'on inscrit l'instant

⁽¹⁾ *Note sur le rapport des deux chaleurs spécifiques*, par M. J. Moutier. (*Bulletin de la Société philomathique*, 1880.)

⁽²⁾ *Nouvel indicateur dynamométrique, faisant connaître toutes les circonstances du travail de la vapeur dans les cylindres d'une machine.* Note de M. Deprez (septembre 1871). *Comptes rendus*, t. LXXIII, p. 654.

où le piston se déplace, qui est évidemment celui où la vapeur a acquis la pression donnée.

Ce dispositif m'a paru intéressant surtout par l'application qu'on en pourrait faire à la détermination par points d'une courbe adiabatique, figurative de la phase de compression. En effet, si l'on suppose que l'on ait disposé une série de manoscopes analogues au mien, et réglés, comme celui de M. Marcel Deprez, sur des pressions variables, comprises entre p_i et p_f , on pourra noter les temps successifs où la masse gazeuse en transformation atteint successivement des forces élastiques égales. En reliant ces points par une ligne continue, on aurait la fonction du temps qui représente la variation adiabatique de la pression pendant la durée du coup de piston. J'espère réaliser cette intéressante expérience si les circonstances me le permettent.

CHAPITRE II.

L'APPAREIL, LES MESURES, LES CALCULS.

Coup d'œil d'ensemble sur l'appareil. — Description de l'enceinte adiabatique, du compresseur et de leurs accessoires. — Description du robinet automatique et de ses accessoires. — Description du manomètre-manoscope et de ses accessoires. — Détermination des constantes de l'appareil. — Marche d'une expérience. — Calcul des résultats d'une expérience.

I. *Coup d'œil d'ensemble sur l'appareil.* — A première vue l'appareil (*fig. 22*) paraît compliqué; mais il est constitué seulement par trois organes principaux :

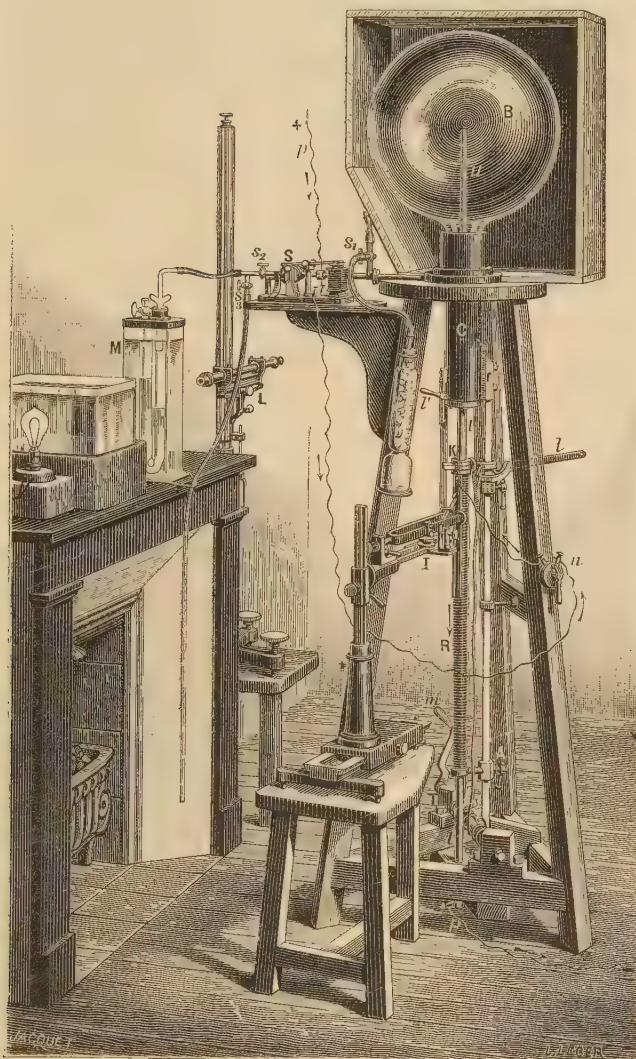
1° L'enceinte adiabatique B, munie de son compresseur C;

2° Le manomètre-manoscope M;

3° Le robinet automatique S.

Le reste est composé de pièces accessoires, destinées à apporter dans les opérations de la régularité, de la rapidité et de la précision.

Fig. 22.



Les trois organes principaux sont portés sur des supports distincts ⁽¹⁾ et ils sont reliés entre eux par des tubes souples en caoutchouc épais, de manière qu'ils restent indépendants l'un de l'autre, et que le choc dû à la compression de l'air dans le ballon, ou bien le brusque déclenchement du robinet ne transmettent ni trépidation ni lancée aux colonnes liquides du manomètre.

Les organes ou pièces accessoires, qui seront décrits chacun à sa place, sont les suivants :

Une boîte en chêne qui enveloppe le ballon B : elle est formée de deux compartiments qu'on juxtapose ou qu'on sépare à volonté pour la fermer ou pour l'ouvrir commodément (l'un d'eux a été enlevé sur la figure); elle est bourrée de feuilles d'ouate;

Un trépied en chêne, surmonté d'un plateau circulaire, qui supporte l'enceinte adiabatique avec le compresseur;

Un ressort à boudin R, destiné à pousser le piston du compresseur;

Un électro-diapason I, destiné à inscrire la durée des coups de piston;

Un cathétomètre L, qui sert à viser les niveaux des manomètres; le champ lumineux est éclairé par une lampe à incandescence I, à travers une solution athermane; le support particulier de l'instrument est parfaitement fixe.

Le support du manomètre M, qui doit être non moins fixe que celui du cathétomètre, était réalisé par la tablette d'une cheminée, solidement encastrée dans le gros mur du laboratoire.

Un thermomètre de précision, placé dans la cuve à eau où plonge le manomètre, indique à chaque instant la température des colonnes liquides, ce qui permet de les ré-

(1) La tablette qui porte le robinet S a été remplacée, pour les mesures définitives, par un solide support, indépendant du bâti.

duire en mercure à 0°. De même un baromètre de Fortin, — non représenté dans la figure et placé non loin de l'appareil, — permettait d'évaluer la pression extérieure à l'instant précis de la compression adiabatique : ses indications pouvaient être contrôlées à l'aide d'un baromètre normal placé dans la même salle.

Enfin, un circuit électrique, dont on voit l'interrupteur à manette en *n*, fait fonctionner automatiquement le robinet S au moment voulu. Un autre circuit électrique commandait, à volonté, les vibrations de l'électro-diapason.

II. *Description de l'enceinte adiabatique, du compresseur et de leurs accessoires.* — L'enceinte adiabatique est constituée par un ballon en verre A, d'une cinquantaine de litres, dont le col est encastré, et luté à froid, dans le cylindre en fonte du compresseur C. Au niveau du plateau du support, le cylindre est percé d'une tubulure latérale qui permet d'établir la communication entre l'intérieur du ballon et le canal du robinet S. Le bout intérieur de cette tubulure se termine par un pas de vis, sur lequel on peut visser des ajutages tels que *u*, de dimensions et de formes variés, qui permettaient d'aller prendre les pressions des diverses régions du ballon. Le bout extérieur de la tubulure porte un ajutage vertical terminé par un robinet S₁ à trois voies, dont j'indiquerai plus loin les usages.

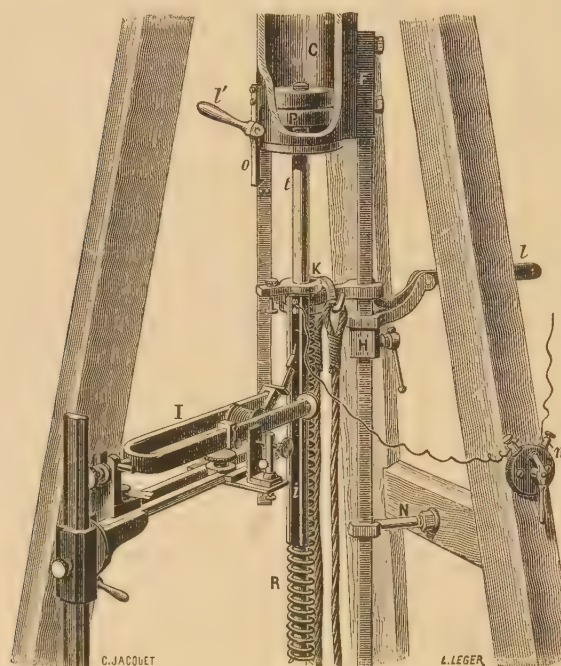
Le compresseur est un cylindre C en fonte, bien alésé, dans lequel peut se mouvoir à frottement doux un piston plein P, bien ajusté (*fig. 23*).

Ce piston est fait de deux cuirs emboutis *cc* (*fig. 24*), serrés entre le disque P, qui fait corps avec la tige *t* du piston, et le disque *e* qui est solidaire d'un écrou faisant suite à la tige *t*. Ce double cuir agit symétriquement de la même manière, soit à la montée, soit à la descente du piston, pour obturer le cylindre exactement.

J'ai vérifié maintes fois que cette obturation était hermétique, en constatant que de faibles différences de pression, établies dans l'enceinte B, s'y maintenaient indéfiniment.

L'excellence de cet organe a rendu inutile une précau-

Fig. 23.

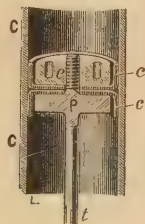


tion qui avait dominé l'agencement général de mon appareil. Si, en effet, j'avais dressé verticalement le compresseur, c'était dans la crainte d'une obturation imparfaite : cela m'eût permis d'y remédier, au besoin, en versant au-dessus du piston, une couche mince d'un liquide non volatil; mais j'ai pu me dispenser de cette complication. Il m'est resté toutefois de cette orientation verticale l'avantage d'utiliser l'espace dans ses trois dimensions et,

par suite, de ramasser l'appareil dans une place plus restreinte.

Propulsion du piston. — Le mouvement du piston se fait par la poussée d'un vigoureux ressort métallique R, à boudin, convenablement disposé. Une barre rigide est fixée, parallèlement à la tige du piston, d'une part en F,

Fig. 24.



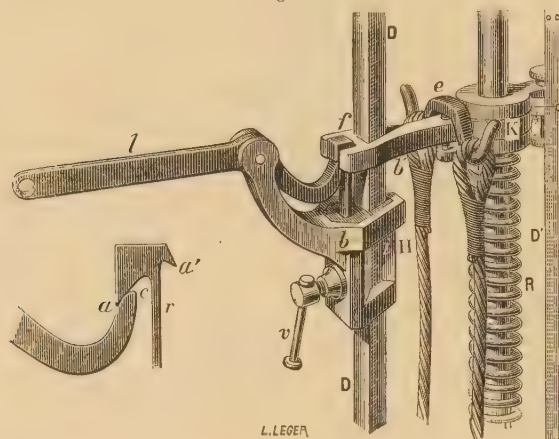
à la base du cylindre (*fig. 23*), d'autre part en N. à une traverse du trépied : elle sert à la fois de guide au piston et de support à deux pièces ou chariots mobiles H et A (*fig. 22*), qu'on y peut fixer à des hauteurs quelconques, à l'aide de vis de pression v , v .

Le chariot A (*fig. 22*) porte un anneau à bords épais, dans lequel le prolongement inférieur de la tige du piston peut aisément passer sans frottement : une fois qu'il est fixé en un point de la barre FN, on appuie sur les bords épais de l'anneau le bout inférieur du ressort, dont le bout supérieur s'appuie d'autre part contre un disque épais K, solidaire de la tige du piston. En abaissant le piston, on comprime le ressort à boudin entre la pièce mobile K et la pièce A qui est fixe ; et si on lâche le piston, le ressort se détend en le poussant jusqu'à fin de course.

Déclenchement. — Ce mouvement est opéré au moment voulu, à l'aide d'un déclenchement. La pièce H (*fig. 25*), qui est serrée en un point de la barre FN, choisi d'après la course assignée au piston, se prolonge par un bras b sur

lequel est implantée une lame-ressort r ; cette lame se termine par une tête à deux crans, l'un antérieur a , l'autre postérieur a' : celui-ci accroche à un moment donné le bord échancré f de la glissière qui prolonge le disque K du piston, tandis que l'autre cran a est commandé, au moment voulu, par l'extrémité c d'une lame-levier lc articulée sur le bras b . La manœuvre est des plus simples : si l'on

Fig. 25.



abaisse le piston suffisamment, il est accroché par le cran a' et retenu dans une certaine position ; et si l'on appuie sur le bras du levier l , la lame r est attirée en avant, le cran a' se détache de la glissière, et le piston part.

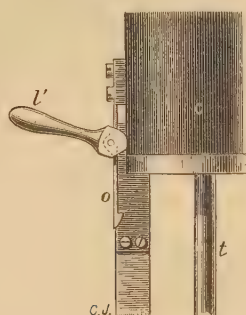
Usages de la pièce K. — Cette pièce qui limite la partie utile de la tige du piston P, a de nombreux usages. Par sa masse centrale, elle reçoit la poussée du ressort moteur ; par son prolongement b entaillé en f , elle glisse le long de la barre DN, qui guide ainsi le mouvement du piston ; sur ce même prolongement elle porte l'étrier par lequel se transmet l'effort d'un treuil qui sert à armer le ressort R ; par le bord de l'entaille f , qui s'engage, à un moment

donné, sur la pointe a' de la lame r , elle permet d'arrêter le piston en un point donné de sa course; de plus, par un index i , qu'on peut régler par une vis v , elle permet de déterminer avec précision la position du piston et le point de départ de sa course, le long d'une règle divisée qui descend verticalement sur un côté du cylindre; enfin la partie médiane de la pièce K se trouve reliée à un fil de pile, de manière à pouvoir être utilisée dans la fermeture d'un circuit électrique dont on verra l'usage ultérieurement.

Manœuvre du piston. — Enfin, comme on ne peut faire descendre le piston qu'en surmontant la réaction du ressort, on a facilité cette manœuvre à l'aide d'un étrier e , qui chevauche sur la glissière: on le tire à l'aide d'une double corde allant s'enrouler sur un petit treuil T à manivelle m (fig. 22), fixé solidement à la base du trépied et l'on entraîne aisément tout le système mobile.

Cran d'arrêt du piston. — Enfin, dernier détail, le bas du cylindre C est muni d'une lame élastique o à cran

Fig. 26.

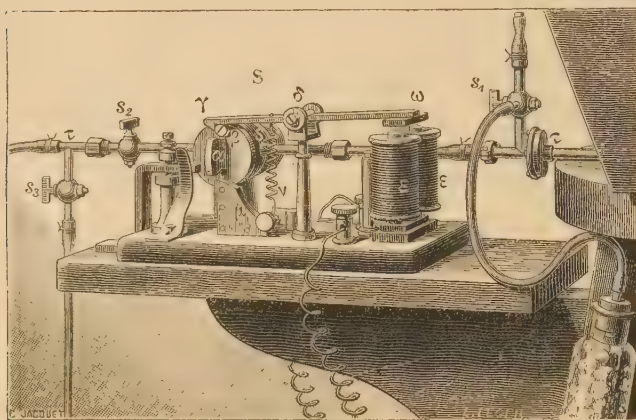


(fig. 22 et 26), qui accroche le piston, lorsqu'il est arrivé à fin de course et qui l'empêche de reculer. On dégage le piston en pressant sur un petit bras de levier l' , lorsqu'on veut armer le ressort, pour préparer une expérience.

Remarque. — On a muni l'extrémité inférieure de la tige du piston d'une masse métallique pleine, analogue à la pièce K, qui vient buter contre une traverse du trépied, à la fin du coup de piston : c'est donc le support et non le cylindre qui reçoit la commotion en majeure partie, et il n'y a plus rien à craindre pour le ballon (¹).

III. *Robinet automatique et accessoires* — Le robinet S (fig. 27) n'est pas manœuvré à la main ; il est commandé par un électro-aimant $\epsilon\epsilon'$, et il fonctionne automatiquement

Fig. 27.



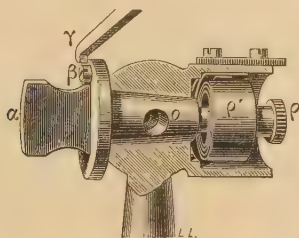
à l'instant précis où le piston, arrivant à fin de course, ferme un circuit de pile qui actionne l'électro-aimant.

A l'état de repos, le robinet, dont l'ouverture a 6^{mm} environ de diamètre, ferme le tube de communication $\tau\tau$ qui relie l'enceinte au manomètre-manoscope. Si on le fait tourner de 180°, au moyen de la tête α , il ferme encore ; mais il ne pourrait pas rester de lui-même dans cette seconde position, s'il n'y était accroché par le

(¹) Toute cette partie importante de mon appareil a été construite et installée par M. Golaz fils.

cran γ que porte l'extrémité d'un levier $\gamma\delta\omega$ mobile autour de l'axe δ . En effet, la clef du robinet est sollicitée d'une manière continue à tourner de 180° par un ressort moteur ρ' (*fig. 28*) qui a été enroulé sur lui-même comme un ressort de montre par la précédente rotation de 180° . Dans cette seconde position, le robinet S est armé, c'est-à-dire tout prêt à fonctionner, et il est maintenu par un petit ressort ν qui tire sur le bras de levier. Si l'on donne un coup de piston, le circuit électrique est fermé, l'électro-aimant $\varepsilon\varepsilon$ est animé et attire instantanément un contact ω qui termine le deuxième bras du petit levier : celui-ci lâche alors le cran du robinet, qui tourne

Fig. 28.



immédiatement de 180° et se remet à la position de repos, après avoir rétabli la communication entre l'enceinte et le manomètre, *pendant la durée de passage de la lumière* o . Le bouton fileté ρ , qu'on voit en perspective (*fig. 28*), est fixé à l'une des extrémités du ressort, et permet de l'enrouler, comme avec un remontoir de montre, de manière à en augmenter la tension et par suite à accélérer, au besoin, la rotation automatique de la clef (¹).

Le robinet S_1 , déjà décrit, est un robinet à trois voies,

(¹) Ce robinet automatique a été construit par la maison Ducretet.

qui permet de faire communiquer le ballon soit avec l'atmosphère, soit avec un autre récipient ou appareil quelconque.

Le robinet S_2 est un robinet de sûreté dont on se sert pour fermer la communication entre le ballon et le manomètre, pendant qu'on arme à la main le robinet automatique.

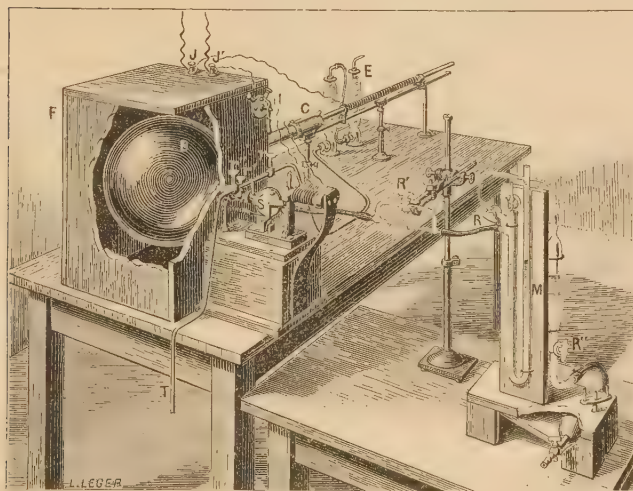
Enfin le robinet S_3 commande un tube latéral, par où l'on peut souffler ou aspirer directement de l'air ou un autre gaz dans le manomètre, de manière à y établir une pression initiale quelconque, indépendamment du reste de l'appareil.

Remarque. — J'ai dit que la lumière du robinet R n'avait que 6^{mm}. de diamètre; mais il faut remarquer que la grandeur de cette ouverture n'a pas du tout la même importance que dans les méthodes genre Clément et Desormes. Ici, en effet, il n'y a pas écoulement de gaz pendant la transformation; l'ouverture a uniquement pour objet de mettre en contact deux milieux gazeux ayant même force élastique. L'ouverture serait tendue d'une membrane imperméable mais parfaitement élastique, que le robinet n'en remplirait que mieux sa fonction. La manière la plus pratique de réaliser cette idéale membrane élastique a été de n'en pas mettre du tout. Quant aux échanges de gaz qui peuvent se produire entre le vaste ballon et le petit manomètre, pendant la période de tâtonnements qui précède l'équilibre, ils sont insignifiants.

IV. *Manomètre-manoscope et accessoires.* — Le premier appareil que j'aie employé, mon appareil d'études (fig. 29) était exactement conforme à celui que j'ai décrit en exposant le principe de mon travail. Il comprenait un manoscope proprement dit R' , qui était disposé entre le robinet automatique S et un manomètre à eau en siphon M,

dans lequel je faisais varier la pression progressivement à l'aide d'un système compresseur analogue à celui des électromètres Lippmann (¹).

Fig. 29.



J'ai employé successivement plusieurs formes de manoscope.

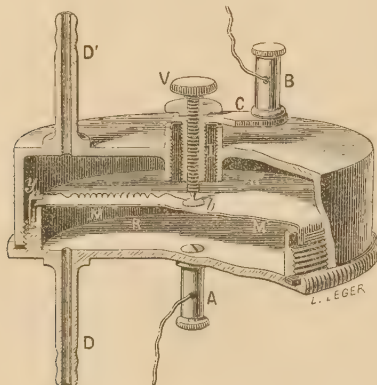
Premier modèle de manoscope. — Le premier (²) (fig. 30), était une boîte métallique, partagée en deux compartiments étanches, R et R', par une lame mince élastique. L'un d'eux était mis en communication permanente par D avec le manomètre M, où l'on avait établi une surpression initiale $p + \Delta p$; l'autre compartiment était relié, en D', à l'enceinte par l'intermédiaire du robinet automatique p. Or la déformation produite au centre de la cloison élastique par un excès de pression,

(¹) Le manoscope de cet appareil d'essais avait été fait par la maison Alvergnyat sur le dessin de M. A. Berget, préparateur au Laboratoire, qui, en outre, m'avait installé lui-même le compresseur Lippmann.

(²) Cet appareil a été étudié et construit par la maison Ducretet.

appuyait celle-ci de l'autre côté sur une pointe métallique *b*, et fermait le circuit d'une sonnerie; si les pressions étaient égales de part et d'autre, la cloison n'était

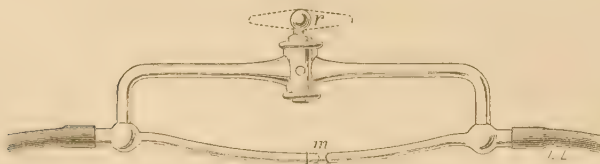
Fig. 30.



pas déformée, la pointe ne touchait pas le contact de la membrane, le circuit était ouvert et la sonnerie ne marchait plus.

Deuxième modèle de manoscope. — J'ai employé un autre modèle de manoscope, beaucoup plus simple, formé

Fig. 31.



d'un simple tube de verre, légèrement cintré (*fig. 29 et 31*), dans lequel on plaçait une bulle d'eau, ou d'huile ou d'acide sulfurique. Le tube manoscopique était surmonté d'un tube à deux branches, muni d'un robinet, par où l'on pouvait établir la communication entre le manomètre

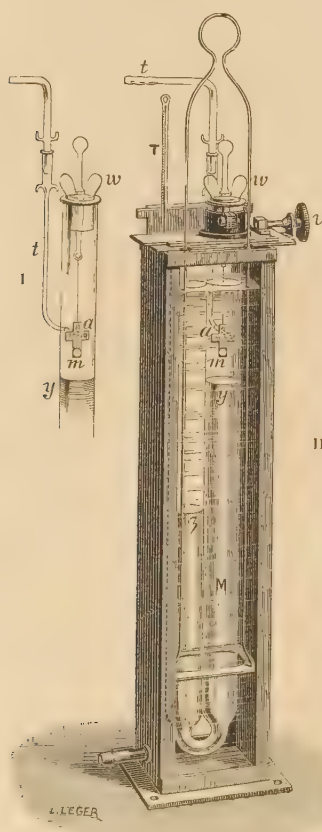
en siphon et l'enceinte adiabatique, ou bien établir l'égalité de pression des deux côtés de la bulle m , de manière à l'amener sur un trait de repère, qui constitue le zéro de l'appareil. La surpression ayant été établie du côté du manomètre (après fermeture du robinet r), dès que la communication était faite avec le ballon, par le jeu du robinet automatique, la bulle restait en place, s'il y avait égalité de pression, de part et d'autre, ou bien elle était légèrement poussée du côté où la pression était la plus faible.

Troisième modèle de manoscope. — J'ai encore simplifié le manoscope, tout en le rendant beaucoup plus sensible; je l'ai réduit à un simple petit pendule en papier, suspendu devant l'orifice d'un tube (*fig. 32, I*), qui venait du robinet automatique, et, traversant la paroi de l'une des branches du manomètre en siphon (*fig. 32, II*), aboutissait au-dessus du niveau du liquide. Le fragment de papier dur, taillé en croix α , est suspendu par un fil fin à une tige en verre qui traverse un bouchon de verre à oreilles, fermant la branche hermétiquement. Un système de réglage permet d'amener l'un des bras de la croix bien en face de l'orifice. On produit d'avance une surpression dans la branche fermée, et s'il y a égalité de pression avec l'enceinte adiabatique, au moment de l'ouverture du robinet automatique, on s'en aperçoit à l'immobilité du papier, lequel tourne au contraire pour la plus minime différence de pressions entre les deux récipients, un petit miroir plan m , collé sur l'une des faces de la croix, pouvait servir à amplifier les mouvements par la méthode optique.

Manomètre-manoscope. — En essayant d'évaluer la sensibilité de ce dernier modèle de manoscope, que je considérais comme le plus parfait de tous, j'ai été conduit à réaliser une importante simplification. Je visais au cathétomètre l'un des ménisques du manomètre et j'évaluais la différence des niveaux, qui correspondait à la plus légère

trépidation du pendule. Je me suis alors aperçu de ceci, c'est que le plus sensible des manoscopes était encore la surface libre de la colonne liquide manométrique. En

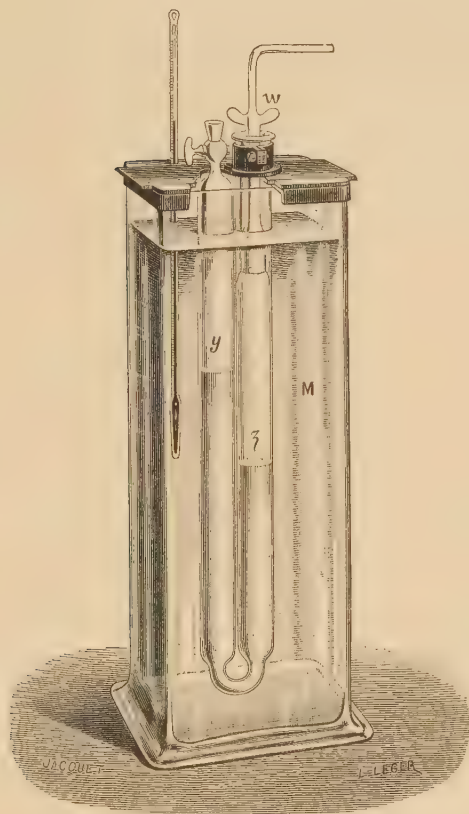
Fig. 32.



effet, non seulement les plus légères trépidations du pendule *am* (*fig. 32*) étaient accusées soit par une dénivellation extrêmement petite, soit par une déformation du ménisque liquide, mais encore des variations de pres-

sion, assez faibles pour ne produire aucune trépidation du pendule, pouvaient être appréciées par une légère déformation du ménisque liquide. J'ai constaté aisément de

Fig. 33.

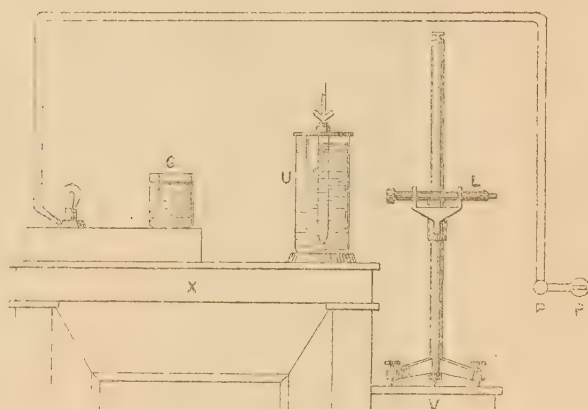


cette manière des variations de pression allant jusqu'au centième de millimètre d'eau.

Mon manoscope définitif M (fig. 33) s'est donc trouvé ramené au maximum de simplicité, car j'ai relié directement le manomètre en siphon au robinet automatique.

Je l'appelle *manomètre-manoscope*, parce que non seulement, par la mesure de la différence des niveaux, il permet d'évaluer les surpressions Δp , mais que, par le déplacement ou même la déformation des ménisques, il permet de constater l'égalité des deux pressions à comparer. C'est un large tube à deux branches (*fig. 33*), dont l'une y est librement ouverte dans l'atmosphère, et dont l'autre z communique avec le ballon par l'intermédiaire du robinet

Fig. 34.



automatique. Le tube abducteur de la branche z fait corps avec un bouchon de verre creux à large boisseau ω , qui s'ajuste exactement à l'orifice aminci de la branche, sur une grande longueur, et le ferme hermétiquement. Le manomètre est plongé dans une grande masse d'eau, qui en maintient la température constante, au moins pendant la durée de chaque expérience; un thermomètre de précision est placé dans la cuve à eau, et donne la température à l'instant de l'expérience. Cette donnée sert à réduire les colonnes d'eau en colonnes de mercure normal.

On vise les niveaux au cathétomètre (*fig. 34*). Le champ visuel de l'instrument est uniformément éclairé par une

lame en verre dépoli U, qui forme la paroi postérieure de la cuve à eau, derrière laquelle on allume une lampe à incandescence. Entre le manomètre et la lampe on a disposé une large cuve G à eau bichromatée qui forme un milieu athermane, destiné à empêcher l'échauffement de la cuve manométrique. Le manomètre et le cathétomètre sont disposés sur deux supports fixes X et V, indépendants.

V. *Détermination des constantes de l'appareil.* — L'application de la méthode comporte la détermination préalable de plusieurs grandeurs qu'on peut considérer comme des *constantes* de l'appareil :

1° La capacité du ballon et des cavités annexes : c'est le volume V de l'enceinte adiabatique;

2° La capacité du cylindre, d'où l'on déduira les variations de volume ΔV ;

3° La vitesse de détente du ressort moteur, d'où l'on déduira la durée des compressions.

1° *Jaugeage de l'enceinte adiabatique.* — L'enceinte adiabatique comprend non seulement le ballon B, mais aussi la partie du cylindre comprise depuis l'orifice jusqu'à la base du piston, arrivé à fin de course, ainsi que les canaux des tubes de communication compris entre le ballon et le robinet S d'une part, et le robinet S₁ d'autre part. Toutes ces capacités, grandes et petites, ont été jaugées séparément.

Le ballon B a été jaugé à l'eau par la méthode des doubles pesées, sur la grande balance-bascule du laboratoire des Recherches, qui pèse 100^{kg} au gramme près. Ma première série d'expériences définitives avait été faite avec un ballon de 50^{lit} environ. Ce ballon ayant été cassé, au milieu de cette série, avant que j'en eusse évalué le volume, j'ai dû tout recommencer. L'usine de verrerie où j'avais commandé expressément un ballon de 50^{lit} m'en a fourni un de 45^{lit} environ, dont j'ai dû me contenter. J'ai eu, cette fois, la précaution de le jauger, avant de faire aucune

mesure. Soient P le poids d'eau, déterminé par double pesée, D le poids spécifique de cette eau — que j'ai déterminé sur place, dans les conditions mêmes de la pesée; — j'avais

$$V = \frac{P}{D}.$$

En ajoutant les petites capacités annexes, jaugées à part, j'ai eu comme volume total

$$V = 45^{\text{lit}}, 640$$

à la température de 15°C .

2° *Jaugeage du cylindre compresseur*. — J'ai fait ce jaugeage successivement par deux procédés.

Le constructeur, M. Golaz, m'ayant fourni le mandrin qui avait servi à aléser le cylindre, j'ai mesuré le diamètre de ce mandrin, à diverses hauteurs, et j'ai déduit de ces mesures le diamètre moyen du cylindre, jusqu'à 20^{cm} de l'orifice, c'est-à-dire dans la portion où j'avais l'intention de réaliser les compressions. Ce diamètre était de $59^{\text{mm}}, 6$.

Ce procédé de détermination supposait implicitement un alésage parfait. Je me suis affranchi de cette hypothèse en déterminant directement le diamètre intérieur du cylindre à diverses hauteurs. N'ayant pas à ma disposition les jauges nécessaires, je me suis rendu au laboratoire de la Marine, où M. Charpy a eu l'extrême obligeance de faire exécuter sous mes yeux ces mesures, par des spécialistes, à l'aide d'une *étoile*, outil spécial, qui leur sert à calibrer les canons de fusil ou de pièces d'artillerie. J'ai pu obtenir ainsi le diamètre moyen de mon cylindre, dans une section quelconque, à $\frac{1}{100}$ de millimètre près. On a trouvé, $2r = 59,657 \text{ mm}$. comme moyenne générale de six déterminations, faites deux par deux à un même niveau du cylindre et dans deux directions rectangulaires.

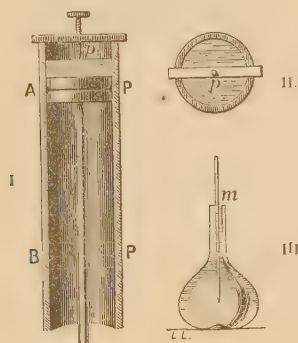
Connaissant le diamètre moyen du compresseur, je

n'avais plus, pour avoir la variation de volume, qu'à multiplier la section par la course du piston ; et celle-ci pouvait être elle-même commodément évaluée au cathétomètre à l'aide d'une règle métallique D' qui servait de repère. Cette règle, divisée en millimètres, était disposée parallèlement à la tige du piston, et le long de sa graduation (*fig. 25*) se déplaçait l'index de la pièce K.

Mais comme le graissage du piston et de la paroi interne du cylindre pouvait faire varier légèrement le diamètre intérieur de celui-ci, et comme d'ailleurs, après une longue série d'essais, je me suis arrêté à quatre longueurs de course du piston (2,5 cm., 5 cm., 10 cm. et 15 cm.), je n'avais donc, en somme, que quatre valeurs différentes de ΔV à déterminer : je les ai jaugées directement, par le procédé suivant.

Détermination directe des ΔV . — Le piston P (*fig. 35, I*)

Fig. 35.



étant en haut de sa course, en A, j'ai versé de l'eau pure, à la température ambiante (prise à l'instant même de l'opération dans le cylindre même), jusqu'à affleurer exactement à la pointe d'ivoire *p* (*fig. 35, II*) convenablement éclairée. Cela fait, j'ai abaissé le piston de 15^{cm} par exemple, jusqu'à la position B, puis j'ai versé une nou-

G. M. 26

velle quantité d'eau pure jusqu'à rétablir l'affleurement initial. Il n'y avait qu'à connaître le poids de l'eau ajoutée, pour en déduire le volume de la portion du cylindre comprise entre les deux positions successives du piston.

Pour avoir ce poids, j'avais préalablement équilibré sur une balance, sensible au vingtième de milligramme, un matras d'un litre (*fig.* 35, III), rempli d'eau pure; c'est cette eau qui m'a servi à rétablir l'affleurement. Je n'ai donc eu qu'à reporter le flacon sur la balance pour avoir le poids de l'eau versée. Comme je parachevais l'affleurement à l'aide d'une pipette à pointe effilée *m* (*fig.* 35, III), je l'avais tarée en même temps que le matras, et je l'y remettais, bien entendu, pour faire la pesée.

J'avais également pris la précaution de dégraisser la paroi intérieure du cylindre, au *niveau de la pointe d'ivoire* (avec un linge mouillé d'alcool), afin que le mouillage se fit bien régulièrement pendant les deux affleurements successifs, de telle manière qu'il n'y eût pas de changement de forme du ménisque, d'où aurait pu résulter une erreur de jaugeage.

Enfin les corrections de pesées ordinaires ont été faites pour tous les jaugeages.

Cette mesure directe a confirmé les résultats du calibrage précédent. J'ai trouvé, en effet, par les deux procédés, les mêmes valeurs pour les quatre variations de volume mesurées, à savoir :

	cm	lit
ΔV_1 (course égale à	2,5).....	0,0696
ΔV_2 » »	5,0.....	0,1393
ΔV_3 » »	10,0.....	0,2786
ΔV_4 » »	15,0.....	0,4170

3^e *Mesure de la durée du coup de piston.* — J'ai insisté sur ce point, que l'élément capital de succès d'une mesure, c'est la rapidité de la compression. Elle dépend de la vitesse du piston, et celle-ci de la réaction élastique du

ressort moteur. J'ai étudié cette grandeur par la méthode graphique.

Une gaine oblongue *i* a été disposée pour cela sur la tige du piston, parallèlement à sa direction (*fig. 23*); dans cette gaine on insère, avant chaque expérience, une plaque oblongue de verre enfumé sur laquelle on appuie légèrement le style d'un électro-diapason I (*fig. 23*) : on déclenche, le piston part, et le diapason trace une courbe sinueuse, caractéristique de la nature et de la durée du

Fig. 36.



mouvement (*fig. 36*). La *fig. 36* représente deux de ces courbes (*orientées, par erreur, en sens inverses*).

On voit tout de suite que le mouvement n'est pas uniforme : les premières sinuosités étant espacées, et les dernières étant resserrées de plus en plus. La réaction élastique de ressort n'était donc pas constante ; elle produisait un mouvement retardé. Il n'y avait pas d'intérêt à étudier ce mouvement, au point de vue de la loi de sa vitesse ; il me suffisait de connaître la durée totale du déplacement. Elle était immédiatement donnée par le rapport du nombre de vibrations inscrites sur la plaque au nombre de vibrations total du diapason employé.

J'ai encore déterminé ce dernier par la méthode graphique et de deux manières : d'abord par comparaison avec un diapason normal appartenant à la maison Pellin

(d'où venait mon électro-diapason) ⁽¹⁾. Une deuxième détermination a été faite au laboratoire des Recherches. M. Limb a enregistré, sous mes yeux, sur un cylindre de Marey, simultanément les vibrations de mon diapason, et celles d'un pendule à secondes, parfaitement réglé, qui lui servait dans ses propres expériences. Les résultats de ces deux séries de mesures ont été concordants : ils ont donné 149 vibrations simples; ce qui correspond à très peu près au *ré* de la première gamme *ré*₁ (*ré*₁ = 146 Vs.).

Pouvant ainsi déterminer la durée d'une compression, il m'était possible de la régler. Elle dépendait de deux éléments, la force du ressort et la longueur de la course. Pour un ressort donné, le maximum de réaction et par suite le maximum de vitesse au départ étaient réalisés pour le maximum de tension et pour la plus petite course du piston. D'ailleurs cette réaction élastique et la vitesse de détente vont nécessairement en diminuant à mesure que la détente du ressort s'effectue, et celle-ci est d'autant plus complète que la course du piston est plus longue : de sorte que, si l'on voulait avoir des durées à peu près constantes pour diverses courses du piston, il fallait régler la tension du ressort avant chaque série d'expériences. D'autre part, — et c'est là le grand inconvénient du ressort à boudin, — on ne peut pas dépasser la tension maximum qui correspond à la position initiale où les spires se touchent ⁽²⁾. J'ai utilisé, pour mes expériences, des vitesses de détente qui ont varié depuis 12 Vs. jusqu'à 4 Vs., qui correspondaient, par conséquent, à des durées de $\frac{1}{12}$ jusqu'à $\frac{1}{37}$ de seconde.

VI. *Marche d'une expérience.* — On commence par

⁽¹⁾ Cette mesure a été faite dans les ateliers mêmes de M. Pellin, par les bons soins de son habile chef d'atelier, M. Émile Nogué.

⁽²⁾ J'aurais eu évidemment beaucoup plus de facilité avec le grand ressort de voiture employé par Regnault; mais je ne connaissais malheureusement pas son Mémoire au moment où j'ai exécuté mes mesures.

remplir le ballon de gaz sec et pur sur lequel on doit expérimenter. J'ai opéré successivement sur l'air, sur l'acide carbonique et sur l'hydrogène. Toutes les précautions classiques ont été prises pour la préparation, pour la purification, pour la dessiccation de chaque gaz, ainsi que pour le remplissage du ballon.

Supposons, par exemple, le ballon en place, rempli de gaz sec et pur. La masse d'air qui y est enfermée correspond au volume le plus grand qui servira dans les expériences, à savoir le volume initial ($V + \Delta V_4$), qui correspond à la course maximum du piston (on a donc $v_i = V + \Delta V_4$). On opérera toujours sur la même masse de gaz, dans une même série; par conséquent, il ne rentrera pas d'air extérieur dans le ballon. La communication entre l'intérieur du ballon et l'atmosphère sera établie par l'intermédiaire de l'une des voies du robinet S_1 , à travers une éprouvette à acide phosphorique anhydre.

On s'assure alors du bon fonctionnement des robinets; on voit s'ils tournent bien et s'ils tiennent bien la pression.

On souffle ou l'on aspire dans le manomètre, de manière à déplacer les colonnes liquides et mouiller les parois des tubes jusque dans les régions où l'équilibre final doit s'établir.

On met le thermomètre en place dans l'enveloppe d'eau du manomètre, et l'on s'assure du réglage du cathétomètre.

Enfin, on règle d'abord le ressort du robinet automatique S , puis le ressort moteur R , de manière à leur donner une tension convenable, ni trop forte, ni trop faible. Pour le premier, il y a intérêt à ce que le robinet parte assez vite, au commandement de l'électro-aimant, afin qu'il n'y ait pas de temps perdu entre la fin de la période adiabatique et l'instant où la communication est ouverte entre l'enceinte et le manomètre; mais, d'autre part, il y a intérêt à ce que le passage de la lumière ne se fasse pas

trop rapidement, afin que la constatation de l'équilibre puisse être réalisée. Quant au ressort moteur, il est important qu'il se détende très vite, de manière à raccourcir autant que possible la phase adiabatique; mais, d'autre part, il faut éviter que le choc du piston contre l'arrêt ne soit trop violent, pour éviter la détérioration ou la disjonction de certaines parties de l'appareil.

L'opération proprement dite commence alors. On s'assure d'abord que le zéro de la règle coïncide bien avec le trait que porte l'index, solidaire de la pièce K. Cette constatation de coïncidence de deux traits juxtaposés peut se faire avec toute la précision désirable à l'aide d'un viseur.

Cela fait, on place la pièce H de manière que, le piston étant abaissé, l'index de la pièce K vienne encore coïncider avec le trait convenable de la règle divisée : c'est le trait 15 qui a été choisi pour le jaugeage de ΔV_4 .

Remarquons que c'est entre ces deux pièces, H et A, que le ressort moteur se trouve tendu au départ; c'est de la proximité de ces deux pièces que dépend le degré de tension du ressort. Le réglage de celui-ci a donc consisté dans le déplacement préalable de la pièce A (par rapport au trait 15^{cm} de la règle).

Cela fait, on arme le robinet S, puis on ouvre le robinet S₁ de manière à mettre l'air du ballon en équilibre de pression avec l'atmosphère. Pendant ce temps on prépare la lecture du baromètre.

Voici l'instant de l'expérience proprement dite. On exerce une compression dans le manomètre, de manière à y produire une surpression, calculée d'avance, qui soit *très voisine*, en dessus ou en dessous, de la surpression adiabatique Δp_7 cherchée. On avait disposé d'avance la lunette du cathétomètre à une hauteur telle qu'on n'eût besoin que d'amener le niveau du liquide sur le réticule. En même temps un aide lit la pression barométrique H (c'est la pression initiale p_i). Un autre aide ferme aussitôt le

robinet S_1 (communication avec l'atmosphère) et lâche le déclenchement du ressort moteur R au commandement de l'observateur qui vise au cathétomètre. Le piston est projeté brusquement contre la base du cylindre, la pièce métallique inférieure ferme le circuit de l'électro-aimant, le robinet automatique fonctionne, et, pendant que sa lumière passe devant le canal du tube de jonction, la communication est établie entre l'enceinte adiabatique et le manomètre. Si la surpression a été bien calculée, rien ne bouge et l'expérience est terminée; elle a duré le temps nécessaire pour le mouvement du piston et pour celui du robinet S . On n'a plus qu'à mesurer, au cathétomètre, la différence des niveaux liquides, et à lire la température ambiante (en vue de la réduction des hauteurs en mercure normal).

Il peut arriver, — et c'est le cas général, — que la surpression établie d'avance soit un peu trop forte ou un peu trop faible; l'observateur s'en aperçoit au moment du passage de la lumière du robinet S par un léger déplacement du ménisque liquide. Il descend un peu dans le premier cas, il remonte dans le deuxième; mais, dans l'un et l'autre cas, à cause de la fermeture qui suit immédiatement l'ouverture du robinet de communication, le petit déplacement du niveau reste acquis : il en résulte que le manomètre se règle lui-même, automatiquement, dans le sens de la surpression finale cherchée.

On recommence alors l'expérience, comme précédemment, jusqu'à ce que l'observateur du cathétomètre n'observe plus le moindre déplacement du mercure, ni la moindre déformation du ménisque au moment du passage du robinet S . C'est alors seulement qu'on fait la lecture du manomètre; c'est cette dernière expérience qui compte. On peut la recommencer à blanc, si l'on veut en déterminer la durée à l'aide de l'électro-diapason inscripteur.

VII. *Calcul des résultats d'une expérience.* — Je me suis servi des données de chaque expérience pour calculer successivement deux valeurs de γ par deux formules différentes.

Première formule. — J'ai appliqué d'abord, à titre de curiosité, la formule logarithmique qu'on déduit de l'équation de Laplace, à savoir :

$$\frac{C}{c} = \frac{\log \frac{p_i}{p_f}}{\log \frac{v_f}{v_i}} = \frac{\log p_f - \log p_i}{\log v_i - \log v_f}.$$

Les données de l'expérience étaient

p_i (pression initiale)	$= p$	(pression atmosphérique actuelle).
p_f (pression finale)	$= p + \Delta p_q$	(Δp_q , surpression observée au manomètre à eau),
v_i (volume initial)	$= V + \Delta V$	(V , volume du ballon et des annexes); ΔV , variation de volume initiale ayant l'une des
v_f (volume final)	$= V$	quatre valeurs $\Delta V_1, \Delta V_2, \Delta V_3, \Delta V_4$).

Le dénominateur ($\log v_i - \log v_f$) pouvait être calculé d'avance, et une fois pour toutes, à l'aide des mesures qui correspondaient à un même ΔV .

Quant aux données proprement dites de l'expérience, à savoir p et Δp , elles n'étaient introduites dans la formule qu'après avoir été exprimées l'une et l'autre en mercure à 0°, dans les conditions normales. L'indication directe du baromètre de Fortin était en outre, avant la réduction à 0°, corrigée de l'erreur propre à ce baromètre ('). J'ap-

(') Cette correction avait été déterminée avec le plus grand soin par M. A. Leduc, qui s'était servi du même instrument pour ses expériences sur la densité des gaz.

pelle p_0 et Δp_0 les données corrigées. On a alors

$$\begin{aligned} p_i &= p_0, \\ p_f &= p_0 + \Delta p_0. \end{aligned}$$

En portant ces valeurs dans la formule ci-dessus, on a

$$(I) \quad \frac{C}{c} = \frac{\log(p_0 + \Delta p_0) - \log p_0}{\log(V + \Delta V) - \log V}.$$

C'est par cette formule que j'ai calculé les nombres qui figurent dans la première colonne de mes Tableaux.

Deuxième formule (formule de ma méthode). — Enfin j'ai porté mes données dans la formule de Reech modifiée, qui est caractéristique de ma méthode. Elle est

$$(II) \quad \frac{C}{c} = \frac{V \Delta p_0}{p_0(\Delta V - V\varepsilon)} (1 + \varepsilon).$$

Cette formule se simplifie immédiatement si l'on tient compte de l'extrême petitesse de ε . En effet, dans la suite de mes expériences, l'écart de compressibilité ε n'atteint pas une unité du cinquième ordre décimal dans le cas où il est le plus grand, c'est-à-dire dans le cas de l'acide carbonique; et si l'on multiplie le nombre 1,393 (moyenne de mes expériences sur l'air) par 1,0001, ce produit n'atteint pas 2 unités du cinquième ordre décimal. On peut donc négliger ici ce facteur de correction et écrire simplement

$$\gamma = \frac{V \Delta p_0}{p_0(\Delta V - V\varepsilon)}$$

ou bien, en passant aux logarithmes,

$$(II bis) \quad \log \gamma = \log(V + \log \Delta p_0) - [\log p_0 + \log(\Delta V - V\varepsilon)].$$

C'est par cette formule que j'ai calculé les nombres qui figurent dans la deuxième colonne de mes Tableaux d'expériences. Ce sont les nombres que j'ai adoptés comme résultats de mes mesures.

CHAPITRE III.

Tableaux d'expériences pour l'air, pour l'hydrogène et pour l'acide carbonique. — Conclusions.

I. *Choix et préparation des gaz soumis à l'expérience.* — Pour les mêmes raisons que j'ai exposées précédemment, à propos des expériences de M. J. Joly, j'ai choisi comme types distincts de gaz, pour les soumettre à mes expériences, l'air, l'acide carbonique et l'hydrogène. Le remplissage du ballon, à l'aide des gaz secs et purs, a été effectué avec toutes les précautions classiques requises. Pour l'air, le ballon, étant placé dans une sorte d'étuve à 50° environ, était balayé, de bas en haut, par un courant continu du gaz, lequel était purifié, puis desséché, à la potasse, à l'acide sulfurique, à la ponce sulfurique et à l'anhydride phosphorique : on ne fermait le ballon qu'après avoir prolongé cette opération pendant deux ou trois fois vingt-quatre heures consécutives. L'anhydride carbonique était produite par l'appareil continu à marbre et acide chlorhydrique ; il se purifiait ensuite, d'abord dans une dissolution concentrée de bicarbonate de soude pur, puis à travers une colonne de bicarbonate de soude en morceaux ; enfin il se desséchait à travers de l'acide sulfurique liquide, puis de la ponce sulfurique, puis de l'anhydride phosphorique. Enfin l'hydrogène était produit par un appareil continu à zinc et acide chlorhydrique ; on le purifiait dans un tube en verre vert contenant un mélange de cuivre, en tournure et en poudre (provenant d'oxyde de cuivre préalablement réduit), et porté au rouge sur une grille à gaz ; on le desséchait dans une série de flacons et d'éprouvettes contenant de l'acide sulfurique concentré, puis de la potasse caustique en plaques, puis de l'anhydride phosphorique.

Avant chaque expérience, soit sur l'acide carbonique,

soit sur l'hydrogène, on avait soin d'en prendre une petite quantité dans le ballon pour l'analyser. Je dois dire que, bien que j'aie prolongé le dégagement du gaz dans le ballon jusqu'à quatre et cinq jours consécutifs, je ne suis jamais parvenu à obtenir du gaz parfaitement exempt d'air. L'acide carbonique en a retenu jusqu'à 1 pour 100, et l'hydrogène jusqu'à $2\frac{1}{2}$ pour 100.

Voici les Tableaux de mes expériences. Chacun des nombres inscrits représente la moyenne de plusieurs expériences parfaitement concordantes.

TABLEAU I.

*(Air pur et sec.)*Course du piston = 2^{cm}, 5.

Limites de température relatives à cette série : 12°...15°,6

Moyennes.... 1,3944 (première formule), 1,3960 (deuxième formule).

Ecart maximum par rapport à la moyenne..... $< \frac{1}{300}$

Nos des expér.	Observations directes.			Observations réduites.		Valeurs de $\frac{C}{c}$.	
	Lectures au cathéto- mètre.	Δp en millim. d'eau.	p en millim. de mercure.	Δp_0 en milli- mètres de mercure.	P_0 en milli- mètres de mercure.	D'après la formule adiabat.	D'après ma formule.
	^{mm}						
1...	$\left\{ \begin{array}{l} 229,86 \\ 207,86 \end{array} \right\}$	22,00	761,20	1,6178	759,51	1,3971	1,3985
2...	$\left\{ \begin{array}{l} 229,87 \\ 207,86 \end{array} \right\}$	22,01	761,20	1,6181	759,51	1,3971	1,3988
3...	$\left\{ \begin{array}{l} 229,84 \\ 208,00 \end{array} \right\}$	21,84	758,30	1,6055	756,52	1,3941	1,3934
4...	$\left\{ \begin{array}{l} 229,69 \\ 207,97 \end{array} \right\}$	21,72	753,30	1,5964	751,41	1,3947	1,3950
5...	$\left\{ \begin{array}{l} 229,67 \\ 207,97 \end{array} \right\}$	21,70	752,80	1,5950	750,90	1,3957	1,3946
6...	$\left\{ \begin{array}{l} 228,00 \\ 206,18 \end{array} \right\}$	21,82	755,30	1,6034	753,35	1,3912	1,3974
7...	$\left\{ \begin{array}{l} 228,00 \\ 206,23 \end{array} \right\}$	21,77	755,30	1,5997	753,35	1,3912	1,3942

TABLEAU II.

(Air pur et sec.)

Course du piston = 5^{cm}.

Limites de température..... : 11°,8...15°,6

Moyennes.... 1,3888 (première formule), 1,3918 (deuxième formule).

Écart maximum..... < $\frac{1}{400}$

Nos des expér.	Observations directes.			Observations réduites.		Valeurs de $\frac{C}{c}$.	
	Lectures au cathéto- mètre.	Δp en millim. d'eau.	p en millim. de mercure.	Δp_0 en milli- mètres de mercure.	p_c en milli- mètres de mercure.	D'après la formule adiabat.	D'après ma formule.
1...	^{min} $\left\{ \begin{array}{l} 240,70 \\ 196,82 \end{array} \right\}$	43,88	763,5	3,2262	761,93	1,3880	1,3900
2...	$\left\{ \begin{array}{l} 240,68 \\ 196,85 \end{array} \right\}$	43,83	763,5	3,2225	761,93	1,3852	1,3884
3...	$\left\{ \begin{array}{l} 240,79 \\ 196,95 \end{array} \right\}$	43,84	761,2	3,2231	759,54	1,3880	13,930
4...	$\left\{ \begin{array}{l} 240,75 \\ 197,10 \end{array} \right\}$	43,65	758,1	3,2066	756,38	1,3895	1,3926
5...	$\left\{ \begin{array}{l} 240,34 \\ 197,36 \end{array} \right\}$	42,98	746,8	3,1597	745,11	1,33886	1,921
6...	$\left\{ \begin{array}{l} 240,36 \\ 197,37 \end{array} \right\}$	42,99	746,8	3,1603	745,11	1,3886	1,3923
7...	$\left\{ \begin{array}{l} 238,92 \\ 195,42 \end{array} \right\}$	43,50	755,35	3,1965	753,40	1,3914	1,3928
8...	$\left\{ \begin{array}{l} 238,96 \\ 196,46 \end{array} \right\}$	43,50	755,35	3,1965	753,40	1,3914	1,3928

TABLEAU III.

*(Air pur et sec.)*Course du piston = 10^{cm}.

Limites de température..... : 11°...14°,8

Moyennes.... 1,3856 (première formule), 1,3904 (deuxième formule).

Écart maximum < $\frac{1}{650}$

N ^{os} des expér.	Observations directes.			Observations réduites.		Valeurs de $\frac{C}{c}$.	
	Lectures au cathéto- mètre.	Δp en millim. d'eau.	p en millim. de mercure.	Δp_0 en milli- mètres de mercure.	p_0 en milli- mètres de mercure.	D'après la formule adiabat.	D'après ma formule.
1...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 262,59 \\ 174,92 \end{smallmatrix} \right\}$	87,67	763,30	6,4459	761,76	1,3854	1,3890
2...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 262,60 \\ 174,94 \end{smallmatrix} \right\}$	87,66	763,30	6,4451	761,76	1,3854	1,3888
3...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 263,02 \\ 174,79 \end{smallmatrix} \right\}$	88,23	767,70	6,4847	765,85	1,3844	1,3898
4...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 263,02 \\ 174,79 \end{smallmatrix} \right\}$	»	»	»	»	1,3844	1,3898
5...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 262,32 \\ 175,50 \end{smallmatrix} \right\}$	86,82	755,15	6,3830	753,50	1,3854	1,3905
6...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 262,28 \\ 175,53 \end{smallmatrix} \right\}$	86,75	755,00	6,3775	753,35	1,3856	1,3896
7...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 261,88 \\ 175,88 \end{smallmatrix} \right\}$	86,00	746,95	6,3218	745,25	1,3875	1,3924
8...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 261,78 \\ 175,86 \end{smallmatrix} \right\}$	85,92	746,2	6,3166	744,51	1,3889	1,3924
9...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 260,75 \\ 173,34 \end{smallmatrix} \right\}$	87,41	760,80	6,4258	765,82	1,3854	1,3889
10...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 260,40 \\ 173,84 \end{smallmatrix} \right\}$	86,56	752,90	6,3616	750,91	1,3855	1,3906
11...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 260,33 \\ 173,69 \end{smallmatrix} \right\}$	86,64	853,00	6,3673	753,00	1,3877	1,3916
12...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 260,88 \\ 173,22 \end{smallmatrix} \right\}$	87,66	762,4	6,4423	760,38	1,3858	1,3907
13...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 261,00 \\ 173,29 \end{smallmatrix} \right\}$	87,71	762,4	6,4460	760,38	1,3879	1,3915

TABLEAU IV.

(Air pur et sec.)

Course du piston = 15^{cm}.

Limites de température..... : 12°,4...15°,2

Moyennes... 1,3866 (première formule). 1,3914 (deuxième formule).

Écart maximum..... $< \frac{1}{1350}$

Nos des expér.	Observations directes.			Observations réduites.			
	Lectures au cathéto- mètre.	Δp en millim. d'eau.	p en millim. de mercure.	Δp_0 en milli- mètres de mercure.	p_0 en milli- mètres de mercure.	Valeurs de $\frac{C}{c}$.	
						D'après la formule adiabat.	D'après ma formule.
1...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 285,21 \\ 152,78 \end{smallmatrix} \right\}$	132,43	767,50	9,7323	765,71	1,3855	1,3908
2...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 285,22 \\ 152,82 \end{smallmatrix} \right\}$	132,40	767,6	9,7301	765,79	1,3849	1,3904
3...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 283,62 \\ 154,02 \end{smallmatrix} \right\}$	129,60	750,7	9,5260	748,81	1,3874	1,3921
4...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 283,52 \\ 154,05 \end{smallmatrix} \right\}$	129,47	751,00	9,5164	749,17	1,3848	1,3909
5...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 282,62 \\ 151,41 \end{smallmatrix} \right\}$	131,21	760,7	9,6458	758,80	1,3864	1,3909
6...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 283,11 \\ 151,26 \end{smallmatrix} \right\}$	131,85	762,4	9,6893	760,43	1,3892	1,3927
7...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 283,00 \\ 151,30 \end{smallmatrix} \right\}$	131,70	762,4	9,6783	760,43	1,3879	1,3923

Résultats numériques pour l'air atmosphérique.

Séries d'expériences.	Première formule.	Deuxième formule.	
^{cm} 2,5.....	1,3944	1,3960	} Résumé des moyennes
5.....	1,3888	1,3918	
10.....	1,3856	1,3904	
15.....	1,3866	1,3914	
Moyennes générales....	1,3889	1,3924	

Vitesse du son dans l'air à 0° et à la pression 76^{cm}.

Pour $\gamma = 1,3889$ (nombre approché)...	$V = 329,97^m$
Pour $\gamma = 1,3924$ (nombre adopté).....	$V = 330,44$
Valeur donnée par Regnault.....	330,6

Equivalent mécanique de la calorie.

Pour $\gamma = 1,3924$	$J = 137^{kg}, 54.$
------------------------------	---------------------

Remarque. — La divergence entre le nombre 437,54 et le nombre admis aujourd'hui, qui est voisin de 426,7, peut tenir d'abord à ce que la formule

$$J = \frac{p_0 v_0 \alpha}{C - c}$$

ne s'applique rigoureusement qu'au gaz parfait, et ensuite à ce que l'on est obligé d'utiliser une valeur de C , qui a pu ne pas être *parfaitement* déterminée par Regnault. Si l'on fait le calcul inverse, c'est-à-dire si l'on cherche à déduire C de cette formule en y remplaçant J par 426,7 (nombre de M. Miculescu) et γ par 1,3924, on trouve

$$C = 0,243.$$

Ainsi il suffirait que C fût égal à 0,243 au lieu de 0,237 pour que, avec ma valeur de $\frac{C}{c}$, on retrouvât pour J 426^{kg},7.

DÉTERMINATION DU RAPPORT $\frac{C}{c}$ POUR L'AIR, ETC. 217

TABLEAU V.

(Acide carbonique.)

Course du piston = 2^{cm}, 5.

Limites de température.....: 8°, 9...10°, 5

Moyennes.... 1,2856 (première formule). 1,2980 (deuxième formule).

N° des expér.	Observations directes.			Observations réduites.		Valeurs de $\frac{C}{c}$.	
	Lectures au cathéto- mètre. mm	Δp en millim. d'eau.	p en millim. de mercure.	Δp_0 en milli- mètres de mercure.	p_0 en milli- mètres de mercure.	D'après la formule adiabat.	D'après ma formule.
1...	$\left\{ \begin{array}{l} 228,90 \\ 208,60 \end{array} \right\}$	20,30	760,8	1,4891	759,61	1,285	1,2972
2...	$\left\{ \begin{array}{l} 228,30 \\ 208,10 \end{array} \right\}$	20,20	761				
3...	$\left\{ \begin{array}{l} 228,39 \\ 208,00 \end{array} \right\}$	20,39	765,3	1,4993	763,87	1,2863	1,2988
4...	$\left\{ \begin{array}{l} 228,39 \\ 208,00 \end{array} \right\}$	20,39	»				

TABLEAU VI.

(Acide carbonique.)

Course du piston = 5^{cm}.

Limites de température.....: 9°, 3...10°, 4

Moyennes.... 1,2810 (première formule). 1,2939 (deuxième formule).

N° des expér.	Observations directes.			Observations réduites.		Valeurs de $\frac{C}{c}$.	
	Lectures au cathéto- mètre. mm	Δp en millim. d'eau.	p en millim. de mercure.	Δp_0 en milli- mètres de mercure.	p_0 en milli- mètres de mercure.	D'après la formule adiabat.	D'après ma formule.
1...	$\left\{ \begin{array}{l} 238,37 \\ 198,03 \end{array} \right\}$	40,34	761,1	2,9675	759,82	1,2800	1,2922
2...	$\left\{ \begin{array}{l} 238,40 \\ 198,03 \end{array} \right\}$	40,37	761,21				
3...	$\left\{ \begin{array}{l} 238,55 \\ 197,92 \end{array} \right\}$	40,63	765,3	2,9908	763,78	1,2819	1,2956
4...	$\left\{ \begin{array}{l} 238,55 \\ 197,83 \end{array} \right\}$	40,72	765,2				

G. M.

TABLEAU VII.

(Acide carbonique.)

Course du piston = 10^{cm}.

Limites de température : 9°, 7... 10°, 2

Moyennes . . . 1,2843 (première formule). 1,2983 (deuxième formule).

Observations réduites.

Nos des expér.	Observations directes.			Observations réduites.		Valeurs de $\frac{C}{c}$.	
	Lectures au cathéto- mètre. mm	Δp en millim. d'eau.	p en millim. de mercure.	Δp_0 en milli- mètres de mercure.	p_0 en milli- mètres de mercure.	D'après la formule adiabat.	D'après ma formule.
1...	$\left\{ \begin{array}{l} 258,72 \\ 177,67 \end{array} \right\}$	81,05	761,6	5,9606	760,40	1,2828	1,2968
2...	$\left\{ \begin{array}{l} 258,79 \\ 177,72 \end{array} \right\}$	81,07	761,90				
3...	$\left\{ \begin{array}{l} 258,86 \\ 177,57 \end{array} \right\}$	81,29	762,00	5,9753	760,59	1,2868	1,2997
4...	$\left\{ \begin{array}{l} 258,95 \\ 177,46 \end{array} \right\}$	81,49	765,4	5,9961	763,92	1,2834	1,2985
5...	$\left\{ \begin{array}{l} 259,00 \\ 177,40 \end{array} \right\}$	81,60	»				

TABLEAU VIII.

(Acide carbonique.)

Course du piston = 15^{cm}.

Limites de température : 9°, 3... 10°, 4

Moyennes . . . 1,2862 (première formule). 1,3013 (deuxième formule).

Observations réduites.

Nos des expér.	Observations directes.			Observations réduites.		Valeurs de $\frac{C}{c}$.	
	Lectures au cathéto- mètre. mm	Δp en millim. d'eau.	p en millim. de mercure.	Δp_0 en milli- mètres de mercure.	p_0 en milli- mètres de mercure.	Première formule.	Deuxième formule.
1...	$\left\{ \begin{array}{l} 279,22 \\ 157,20 \end{array} \right\}$	122,02	762,2	8,9747	760,81	1,2858	1,3010
2...	$\left\{ \begin{array}{l} 279,26 \\ 157,17 \end{array} \right\}$	122,09	762,25				
3...	$\left\{ \begin{array}{l} 279,34 \\ 156,92 \end{array} \right\}$	122,42	765,4	9,0139	763,81	1,2866	1,3016
4...	$\left\{ \begin{array}{l} 279,54 \\ 156,80 \end{array} \right\}$	122,74	765,5				

Résultats numériques pour l'acide carbonique.

Séries.	Première formule.	Deuxième formule.
^{cm} 2,5	1,2856	1,2980
5	1,2810	1,2939
10	1,2843	1,2983
15	1,2862	1,3013
Moyennes générales...	1,2843	1,2979

Vitesse du son dans l'acide carbonique
(à 0° et 76^{cm}).

Pour $\frac{C}{c} = 1,298$	$V = 257^m,96$
Valeur donnée par Regnault	$259^m,50$

TABLEAU IX.

(Hydrogène.)

Course du piston = 2^{cm}, 5.

Limites de température.....: 16°...16°,5

Moyennes... 1,4031 (première formule). 1,4022 (deuxième formule).

N ^{os} des expér.	Observations directes.			Observations réduites.		Valeurs de $\frac{C}{c}$.	
	Lectures au cathéto- mètre.	Δp en millim. d'eau.	p en millim. de mercure.	Δp_0 en milli- mètres de mercure.	p_0 en milli- mètres de mercure.	Première formule.	Deuxième formule.
1...	^{mm} { 229,94 } 207,47	22,47	772,1	1,6498	770,27	1,4031	1,4022
2...	{ 229,92 } 267,48	22,44	772,1				

TABLEAU X.

*(Hydrogène.)*Course du piston = 5^{cm}.

Limites de température..... 15°, 9... 17°

Moyennes... 1,3858 (première formule). 1,3850 (deuxième formule).

N° des expér.	Observations directes.			Observations réduites.		Valeurs de $\frac{C}{c}$.	
	Lectures au cathéto- mètre.	Δp en millim. d'eau.	p en millim. de mercure.	Δp_0 en milli- mètres de mercure.	p_0 en milli- mètres de mercure.	Première formule.	Deuxième formule.
1...	$\left\{ \begin{array}{c} 240,81 \\ 197,00 \end{array} \right\}$	43,81	761,6	3,21784	759,7	1,3878	1,3864
2...	$\left\{ \begin{array}{c} 240,76 \\ 196,98 \end{array} \right\}$	43,78	»				
3...	$\left\{ \begin{array}{c} 240,85 \\ 196,76 \end{array} \right\}$	44,09	767,7	3,24875	765,74	1,3896	1,3887
4...	$\left\{ \begin{array}{c} 240,98 \\ 196,71 \end{array} \right\}$	44,27	767,75				
5...	$\left\{ \begin{array}{c} 241,00 \\ 196,70 \end{array} \right\}$	44,30	767,75				
6...	$\left\{ \begin{array}{c} 240,88 \\ 196,72 \end{array} \right\}$	44,16	771,3	3,2441	769,45	1,3800	1,3800
7...	$\left\{ \begin{array}{c} 240,88 \\ 196,72 \end{array} \right\}$	44,14	777,45				

TABLEAU XI.

(Hydrogène.)

Course du piston = 10^{cm}.

Limites de température. 14°, 5... 15°, 9

Moyennes... 1,3760 (première formule). 1,3759 (deuxième formule).

Observations directes.				Observations réduites.			
Nos des expér.	Lectures au cathéto- mètre.	Δp en millim. d'eau.	p en millim. de mercure.	Δp_0 en milli- mètres de mercure.	p_0 en milli- mètres de mercure.	Valeurs de $\frac{C}{c}$.	
						Première formule.	Deuxième formule.
1...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 261,55 \\ 176,13 \end{smallmatrix} \right\}$	85,42	747,9	6,2749	746,13	1,3751	1,3759
2...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 261,44 \\ 176,10 \end{smallmatrix} \right\}$	85,34	747,8				
3...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 262,36 \\ 175,30 \end{smallmatrix} \right\}$	87,06	761,8	6,3841	760,00	1,3736	1,3743
4...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 262,20 \\ 175,64 \end{smallmatrix} \right\}$	86,70	761,9				
5...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 262,32 \\ 175,35 \end{smallmatrix} \right\}$	86,97	761,7	6,3904	759,80	1,3767	1,3760
6...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 262,75 \\ 174,94 \end{smallmatrix} \right\}$	87,81	767,5	6,4550	765,63	1,3805	1,3793
7...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 262,81 \\ 174,90 \end{smallmatrix} \right\}$	87,91	767,6				
8...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 262,73 \\ 174,81 \end{smallmatrix} \right\}$	87,92	771,65	6,4655	769,81	1,3741	1,3741
9...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 262,80 \\ 174,73 \end{smallmatrix} \right\}$	88,07	771,7				

TABLEAU XII.

(Hydrogène.)

Course du piston = 15^{cm}.

Limites de température..... 16°, 1... 16°, 4

Moyennes.... 1,3715 (première formule). 1,3723 (deuxième formule).

N ^{os} des expér.	Observations directes.			Observations réduites.		Valeurs de $\frac{C}{c}$.	
	Lectures au cathéto- mètre.	Δp en millim. d'eau.	p en millim. de mercure.	Δp_0 en milli- mètres de mercure.	p_0 en milli- mètres de mercure.		
						Première formule.	Deuxième formule.
1...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 283,80 \\ 153,80 \end{smallmatrix} \right\}$	130,00	761,6	9,5536	759,62	1,3707	1,3719
2...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 283,81 \\ 153,74 \end{smallmatrix} \right\}$	130,07	761,4				
3...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 284,26 \\ 153,30 \end{smallmatrix} \right\}$	130,96	767,3	9,6252	765,42	1,3716	1,3717
4...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 284,32 \\ 153,27 \end{smallmatrix} \right\}$	131,05	767,6				
5...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 284,70 \\ 152,76 \end{smallmatrix} \right\}$	131,94	772	9,6922	769,83	1,3723	1,3733
6...	$\left\{ \begin{smallmatrix} 284,65 \\ 152,76 \end{smallmatrix} \right\}$	131,89	772				

Résultats numériques pour l'hydrogène.

Séries.	Première formule.	Deuxième formule.
2,5 ^{cm}	1,4031	1,4022
5	1,3858	1,3850
10	1,3760	1,3759
15	1,3715	1,3723
Moyennes générales...	1,3841	1,3839

Vitesse du son dans l'hydrogène (à 0° et 76^{cm}).

Pour $\frac{C}{c} = 1,384$	$V = 1249,65^m$
Valeur donnée par Regnault	1255,67

CONCLUSIONS.

On peut résumer ce Mémoire par les conclusions suivantes :

I. Par un simple rapprochement des formules de la Thermodynamique dans lesquelles entre le rapport γ , j'ai montré l'importance de ce rapport et l'intérêt qu'il y avait à en poursuivre la détermination exacte.

II. Puis, remontant aux origines de cette question, j'ai cherché à les élucider et à les préciser. J'ai montré qu'elle avait été posée et résolue exclusivement par des savants français : Laplace, Poisson et Gay-Lussac, contrairement à l'opinion reçue, ni Clément ni Desormes n'y ont pris aucune part.

III. Puis, j'ai analysé les nombreux Mémoires, français et étrangers, qui ont été publiés sur la question depuis 1823 jusqu'en 1894, et j'ai montré qu'on peut les classer logiquement en les rapportant à deux ou trois méthodes distinctes.

IV. Enfin, j'ai exposé en détail les recherches que j'ai moi-même entreprises sur la question, d'après une méthode nouvelle et avec un appareil nouveau que j'ai tâché de mettre à l'abri des défauts, d'ordre général ou particulier, signalés dans les Travaux antérieurs.

V. Ayant appliqué ma méthode et mon appareil à l'étude de trois gaz, l'air, l'acide carbonique et l'hydrogène, qu'on peut considérer comme les trois types distincts, actuellement connus, de l'état gazeux, j'ai trouvé les résultats suivants :

Air atmosphérique.....	$\gamma = 1,3924$
Acide carbonique.....	$\gamma = 1,298$
Hydrogène.....	$\gamma = 1,384$

(dans les conditions ordinaires de température et de pression).

VI. Ma méthode et mon appareil sont applicables tels quels à toutes les substances qu'on peut obtenir à l'état gazeux dans les conditions ordinaires de température et de pression. J'ajouterai que l'appareil est susceptible d'une grande réduction dans les dimensions, — ce qui le rendrait plus pratique, — pourvu qu'elle soit accompagnée d'un accroissement proportionné de la vitesse du coup de piston.

VII. Pour rechercher l'influence de la température sur la valeur de γ et pour étudier les vapeurs, il suffirait, sans modifier la méthode, de substituer une étuve à l'enceinte d'isolement thermique.

Pour rechercher l'influence de la pression sur la valeur de γ , il suffirait de substituer à mon appareil simplifié, tel que je l'ai employé pour les mesures précédentes, mon appareil primitif, qui comporte un manoscope et un manomètre distincts, en ajoutant, bien entendu, les modifications de construction rendues nécessaires par l'emploi de fortes pressions.

Je me propose de faire ces différentes recherches aussitôt que les circonstances me le permettront.

Nota bene. — Après M. G. Lippmann, qui m'a inspiré le sujet de ce Mémoire, et M. Amagat, Membre correspondant de l'Institut, qui a collaboré à mes mesures définitives, je me fais un devoir de remercier cordialement plusieurs de mes collègues et amis du Laboratoire des Recherches (Physique) de la Sorbonne, qui ont bien voulu m'aider, de diverses manières, à mener mon œuvre à bonne fin.

Pour mes mesures d'essai, je citerai d'abord M. C. Miculescu, actuellement professeur de Physique à l'Uni-

versité de Bucharest; puis M. G. Léon, ingénieur des Mines, feu Paul Létang, ancien préparateur de M. Lippmann, et M. A. Berget, docteur ès Sciences, qui lui a succédé.

Pour mes recherches bibliographiques et pour mes mesures définitives, je citerai en première ligne M. A. Guillet, agrégé-préparateur du Laboratoire; puis M. Fournier, préparateur-adjoint, M^{lle} Sklodowska, licenciée ès Sciences mathématiques et ès Sciences physiques, M. Dubois, candidat au doctorat ès Sciences physiques, M. Limb, docteur ès Sciences physiques, préparateur du Cours de M. Lippmann, et M. A. Leduc, maître de Conférences à la Faculté des Sciences (¹).

(¹) Je n'oublierai pas enfin mes trois constructeurs, d'abord M. Golaz fils, puis MM. Ducretet et Lejeune et M. Chabaud-Alvergnyat, dont j'ai à louer le zèle et l'habileté; ainsi que notre chef d'atelier M. Seurot, qui leur a été un utile collaborateur, en donnant le coup de main final pour mettre au point les appareils.

Vu et approuvé :

Paris, le 6 juillet 1894.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,
G. DARBOUX.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 6 juillet 1894.

LE VICE-RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,
GRÉARD.

ERRATA.

- Page 28, *au lieu de 54 pieds, lisez 52 pieds.*
- Page 30, *au lieu de u' , lisez u .*
- Page 50, dans la formule de la note (1), *au lieu de 18,26, lisez 28,26.*
- Page 57, *au lieu de Welters, lisez Welter.*
- Page 75, première ligne, *lisez (fig. 12 et fig. 13).*
- Page 77, ligne 15, *supprimez $p_1 - p_2$, ainsi que ou et $-p_1$; lisez la différence des pressions initiales p_i .*
- Page 77, ligne 28, *au lieu de entre 5^{atm} et 0^{atm}, 5, lisez entre 5^{atm} et 0^{atm}, 5 et pour de faibles surpressions.*
- Page 90, *au lieu de $\frac{S}{V}$, lisez $\frac{S}{V}$.*
- Page 93, *au lieu de , peut-être conclura-t-on, lisez Peut-être conclura-t-on (commencement de phrase).*
- Page 103, note (1), *lisez $\gamma = \frac{\theta'}{\theta}$.*
- Page 105, *lisez $\frac{p v'}{1 + \alpha t'}$.*
- Page 106, *au lieu de (p' , v' , t'), lisez (p , v' , t').*
- Page 108, *au lieu de robinet t , lisez robinet E.*
- Page 108, *au lieu de branche F, lisez branche de gauche.*
- Page 109, ligne 14, *supprimez γ .*
- Page 118, *multipliez l'expression de T' par $\frac{1}{\sqrt{\gamma}}$.*
- Page 128, *ajoutez au sommaire du Chapitre : Expériences de Ney-reneuf (1886).*
- Page 128, dernière ligne, *supprimez et de pression.*
- Page 128, *au lieu de γ , lisez γ' .*
- Page 129, *reportez d'après les lois de Bernoulli, de la 4^e ligne à la 14^e ligne.*
- Page 129, *au lieu de le même harmonique, lisez l'harmonique de même ordre.*
- Page 137, *au lieu de aux deux longueurs d'onde, lisez aux deux demi-longueurs d'onde.*
- Page 140, *au lieu de 120°, lisez 320°.*
- Page 141, 2^e ligne, *supprimez les lettres H et K et le mot interne, et ajoutez : d'où $H = K$.*
- Page 142, *au lieu de M. de Zucchi, lisez M. de Lucchi.*
- Page 144, dernière ligne, *au lieu de K_1 , lisez K_0 .*
- Page 149, *au lieu de $\frac{\gamma + 1}{1,2}$, lisez $\frac{\gamma + 1}{1,2} \delta$ (expression de V).*
- Page 168, *au lieu de 1,368, lisez 1,352.*
- Page 173, dans la note, *au lieu de Zaquet, lisez Paquet.*
- Page 176, *au lieu de M (fig. 21), lisez sur le manomètre M'.*
- Page 182, note oubliée : Comme v peut être enregistré en fonction du temps, on aurait finalement la fonction $f(p, v) = 0$, qui caractérise la compression adiabatique, par une voie tout expérimentale.
- Page 185, *ajoutez au premier alinéa du § II : La substitution de diverses tubulures n'a pas sensiblement changé les valeurs des mesures : on a pu en conclure que la pression finale dans le ballon s'établissait uniformément d'une manière instantanée.*
- Page 223, *au lieu de , contrairement à l'opinion reçue, lisez . Contrairement, etc.*
- Tableau général des valeurs de γ pour l'air : au lieu de 76^{mm}, lisez 76^{cm}.*

TABLEAU GÉNÉRAL DES DIVERSES VALEURS DE γ POUR L'AIR

(DANS LES CONDITIONS ORDINAIRES DE TEMPÉRATURE ET DE PRESSION VERS 15° ET 76^{mm}) (1).

MÉTHODES DIRECTES

Méthode dite de Clément et Desormes.

Auteurs.	Dates.
1,355 Laplace.....	1822
1,372 } Gay-Lussac et Welter..	1822
1,3748 }	
1,33 } Assmann.....	1852
1,39 }	
1,4196 Masson.....	1858
1,4075 Weisbach.....	1859
1,3845 Hirn.....	1861
1,40 Ath. Dupré.....	1863
1,372 Tresca et Laboulaye...	1865
1,41 } Cazin.....	1862
1,407 }	1869
1,302 F. Kohlrausch.....	1869
1,4053 Röntgen.....	1873
1,4038 Paquet.....	1885

Application directe de la formule de Laplace.

Auteurs.	Dates.
1,314 Witte.....	1869
1,391 } Amagat	1873
1,397 }	

Application indirecte de la formule de Laplace.

(Oscillations adiabatiques d'une colonne
mercurielle.)

1,421 } Assmann.....	1852
1,427 }	
1,4046 Müller.....	1883

Application directe

des autres formules adiabatiques.

1,3840 Lummer et Pringsheim...	1887
1,3994 }	1894
1,4015 }	

Application

de la formule de Reech modifiée.

1,3924 Maneuvrier.....	1895
------------------------	------

MÉTHODES INDIRECTES

Application de la formule de la vitesse du son.

Auteurs.	Dates.
1,4254 Poisson.....	1807
1,421 Dulong.....	1828
1,413 Assmann.....	1852
1,414 Masson.....	1858
1,4132 Hirn.....	1862
1,4106 Kayser.....	1877
1,40496 Wüllner.....	1878

Variation de γ avec la température.

A 0°... 1,40526 }	
A 100°... 1,40289 }	Wüllner..... 1878
A 18°... 1,40496 }	

Variation de γ avec la pression.

A 1 atm. 1,3821 { c... Joly..... 1892	
	C... Lussana. 1894
A 17 atm. 1,60 { c... Joly.	
	C... Lussana.

Application de la formule de l'équivalent mécanique de la calorité.

Auteurs.	Dates.
1,39335 Ath. Dupré.....	1863
1,409 } Nichols.....	1873
1,4104 }	

Déterminations séparées de C et de c.

1,41 Jamin et Richard.....	1870
1,3846 J. Joly (C=0,237, Regnault).	
1,3926 J. Joly (C=0,2389, Wiedemann).	
1,3827 1892 (C=0,2371 Lussana).	

(1) Ces nombres ont été pris directement dans les Mémoires originaux.

TABLEAU DES VALEURS DE γ

GAZ ou vapeurs.	γ .	TEMPÉRA- TURES.	AUTEURS.	GAZ ou vapeurs.
Oxygène.....	1,4025 1,4150 1,401 1,41	16°-20° » » »	Müller. Dulong. Masson. Cazin.	Acide bromhydrique.....
Hydrogène.....	1,410 1,3852 1,407 1,376 1,410 1,4063 1,4084 1,384	» » » » » » 15°	Cazin. Röntgen. Dulong. Masson. Jamin et Richard. Lümmer et Pringsheim. Manœuvrier.	Oxyde de carbone.....
Azote.....	1,41 1,401	16°-20° »	Cazin. Masson.	Acide carbonique.....
Chlore.....	1,323 1,366	20°- 34° 0°	Strecker. Martini, 1881.	
Brome.....	1,1293	20°-388°	Strecker, 1881.	
Acide chlorhydrique.....	1,3980 1,389 1,400 1,392	19°-41° 20° 100° »	Müller. Strecker, 1882. Masson.	Protoxyde d'azote.....
Acide iodhydrique.....	1,397 1,396	20° 100°	Strecker.	Acide sulfureux.....

(1) Ces nombres ont été pris en partie dans les Mémoires originaux, en partie dans les Tables de Landolt et Börnstein et dans les Tableaux du

VERS GAZ ET VAPEURS (1).

A-	AUTEURS.	GAZ ou vapeurs.	γ.	TEMPÉRA- TURES.	AUTEURS.
3°	Müller.	Acide sulfhydrique.....	1,2759	10°-40°	Müller.
	Strecker.		1,258	»	Masson.
	Wüllner.	Ammoniac.....	1,2622	21°-40°	Müller.
			1,3172	0°	Wüllner.
			1,2770	100°	Cazin.
			1,328	»	Masson.
	Cazin.	Méthane.....	1,300	»	Müller.
	Dulong.		1,3160	11°-30°	Masson.
	Masson.	Éthylène.....	1,315	»	Müller.
	Röntgen.		1,2430	22°-38°	Wüllner.
	De Lucchi.		1,24548	0°	Dulong.
	Amagat.		1,1870	100°	Masson.
	Müller.		1,240	»	Cazin.
	Lümmet et Pringsheim.		1,257	»	
	Dulong.		1,257	»	
	Wüllner.	Mercure.....	1,66	275°-356°	Kundt et Warburg.
	Jamin et Richard.	Phosphore.....	1,175	300°	De Lucchi.
	Maneuverier.		1,277	103°-104°	De Lucchi.
	Wüllner.	Eau.....	1,287	144°-310°	Cohen.
	Masson.		1,321	100°	Neyreneuf, 1886.
4°	Cazin.	Alcool.....	1,14	80°	Id.
	Müller.	Éther.....	1,093	35°	Id.
	Masson.				

SECONDE THÈSE.

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Étude des matières albuminoïdes.

Vu et approuvé :

Paris, le 6 juillet 1894.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,
G. DARBOUX.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 6 juillet 1894.

LE VICE-RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,
GRÉARD.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS,

21369

Quai des Grands-Augustins, 55.
